



Πέμπτη 23 Νοεμβρίου 2023

Διδάσκων: Αχιλλέας Τερτίκας

ΣΥΝΗΘΕΙΣ ΔΙΑΦΟΡΙΚΕΣ ΕΙΣΩΣΕΙΣ

Φυλλάδιο 9

1. Να βρεθεί η γενική λύση του συστήματος ($\vec{x} : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}^{2 \times 1}$)

$$\vec{x}'(t) = \begin{bmatrix} 2t & \cos t \\ 0 & 2t \end{bmatrix} \vec{x}(t), \quad t \in \mathbf{R}.$$

2. Έστω $A \in \mathbf{R}^{n \times n}$ σταθερός αντιστρέψιμος πίνακας. Να βρεθεί η λύση του ΠΑΤ

$$\begin{aligned} \vec{x}''(t) &= A^2 \vec{x}(t), \quad t \in \mathbf{R}, \\ \vec{x}(0) &= \vec{c}_1, \quad \vec{x}'(0) = \vec{c}_2, \end{aligned}$$

σαν συνάρτηση των A^{-1} , \vec{c}_1 , \vec{c}_2 και κατάλληλων εκθετικών πινάκων του πίνακα A .

3. Έστω $a : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$ συνεχής συνάρτηση. Να βρεθεί η γενική λύση του συστήματος ΔΕ

$$\begin{aligned} x'(t) &= a(t)y(t), \quad t \in \mathbf{R}, \\ y'(t) &= a(t)x(t), \quad t \in \mathbf{R}, \end{aligned}$$

επιλύοντας κατάλληλα το σύστημα

$$\begin{bmatrix} x(t) \\ y(t) \end{bmatrix}' = \begin{bmatrix} 0 & a(t) \\ a(t) & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x(t) \\ y(t) \end{bmatrix}, \quad t \in \mathbf{R}.$$

ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ!