

Πέμπτη 23 Φεβρουαρίου 2012

A. Τερτίκας

ΜΕΡΙΚΕΣ ΔΙΑΦΟΡΙΚΕΣ ΕΞΙΣΩΣΕΙΣ

Φυλλάδιο 1

1). Έστω $f : [0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$ παραγωγίσιμη συνάρτηση για την οποία ισχύει

$$f'(t) \leq f(t), \quad t > 0,$$

$$f(0) = 0.$$

Αποδείξτε ότι

$$f(t) \leq 0, \quad t \geq 0.$$

2). Βρείτε όλες τις συναρτήσεις $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ για τις οποίες η συνάρτηση

$$\phi(x, y) = e^x f(y)$$

λύνει την διαφορική εξίσωση

$$\phi_{xx}(x, y) + \phi_{yy}(x, y) = \phi(x, y), \quad x, y \in \mathbb{R}.$$

3). Να λυθεί το Πρόβλημα Αρχικών Τιμών

$$u_t(x, t) + u_x(x, t) = 2, \quad x \in \mathbb{R}, \quad t > 0,$$

$$u(x, 0) = x^2, \quad x \in \mathbb{R}.$$

4). Να λυθεί το Πρόβλημα Αρχικών Τιμών

$$u_t(x, t) + u_x(x, t) = u^2(x, t), \quad x \in \mathbb{R}, \quad t > 0,$$

$$u(x, 0) = 1, \quad x \in \mathbb{R}.$$

Η παράδοση των λύσεων μπορεί να γίνει είτε την Πέμπτη 1 Μαρτίου 2012 στο μάθημα είτε να αποσταλούν ηλεκτρονικά μέχρι 9:00 της Πέμπτης 1 Μαρτίου 2012 στη διεύθυνση tertikas@math.uoc.gr

ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ!