

**ΜΕΡΙΚΕΣ ΔΙΑΦΟΡΙΚΕΣ ΕΞΙΣΩΣΕΙΣ****Φυλλάδιο 2**

1). Να λυθεί το πρόβλημα

$$\begin{aligned} \sqrt{1-x^2} u_x(x, y) + u_y(x, y) &= 0, \quad x \in (-1, 1), \quad y \in \mathbb{R}, \\ u(0, y) &= y, \quad y \in \mathbb{R}. \end{aligned}$$

2). Να λυθεί το πρόβλημα

$$\begin{aligned} u_x(x, y) + (x+y) u_y(x, y) &= 0, \quad x+y > 1, \\ u(x, 1-x) &= f(x), \quad x \in \mathbb{R}, \end{aligned}$$

όπου  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  δοθείσα ομαλή συνάρτηση.

3). α) Να βρεθεί η λύση του προβλήματος

$$\begin{aligned} u_{tt}(x, t) - u_{xt}(x, t) &= 0, \quad x \in \mathbb{R}, \quad t > 0, \\ u(x, 0) &= f(x), \quad x \in \mathbb{R}, \\ u_t(x, 0) &= g(x), \quad x \in \mathbb{R}, \end{aligned}$$

όπου  $f, g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  δοθείσες ομαλές συναρτήσεις.

β) Αποδείξτε ότι το πρόβλημα

$$\begin{aligned} u_{tt}(x, t) - u_{xt}(x, t) &= 0, \quad x \in \mathbb{R}, \quad t \in \mathbb{R}, \\ u(x, -x) &= 0, \quad x \in \mathbb{R}, \\ u_t(x, -x) &= x, \quad x \in \mathbb{R}, \end{aligned}$$

δεν έχει ομαλή λύση.

4). Να βρεθεί η λύση του προβλήματος αρχικών τιμών

$$\begin{aligned} 2u_{xx}(x, t) - u_{tt}(x, t) + u_{xt}(x, t) &= 0, \quad x \in \mathbb{R}, \quad t > 0, \\ u(x, 0) &= f(x), \quad x \in \mathbb{R}, \\ u_t(x, 0) &= 0, \quad x \in \mathbb{R}, \end{aligned}$$

όπου  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  δοθείσα ομαλή συνάρτηση.

Η παράδοση των λύσεων μπορεί να γίνει είτε την Πέμπτη 8 Μαρτίου 2012 στο μάθημα είτε να αποσταλούν ηλεκτρονικά μέχρι 9:00 της Πέμπτης 8 Μαρτίου 2012 στη διεύθυνση [tertikas@math.uoc.gr](mailto:tertikas@math.uoc.gr)

**ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ!**