Πέμπτη 15 Μαρτίου 2012

Α. Τερτίκας

ΜΕΡΙΚΕΣ ΔΙΑΦΟΡΙΚΕΣ ΕΞΙΣΩΣΕΙΣ

Φυλλάδιο 4

1). Αποδείξτε με τη μέθοδο της ενέργειας ότι το πρόβλημα αρχικών-συνοριακών τιμών (Π.Α.Σ.Τ.)

$$u_t(x,t) \; - \; u_{xx}(x,t) \; - \; u_x(x,t) = \; 0, \;\; 0 < x < 1, \; t > 0,$$
$$u_x(0,t) \; = \; g(t), \;\; t > 0,$$
$$u(1,t) \; = \; h(t), \;\; t > 0,$$
$$u(x,0) \; = \; f(x), \;\; 0 < x < 1,$$

έχει το πολύ μία λύση. Οι εμφανιζόμενες συναρτήσεις είναι ομαλές.

2). Αποδείξτε ότι το πρόβλημα αρχικών-συνοριακών τιμών (Π.Α.Σ.Τ.)

$$u_t(x,t) \; - \; u_{xxx}(x,t) \; = \; f(x,t), \;\; 0 < x < 1, \; t > 0,$$
$$u(x,0) \; = \; \phi(x), \;\; 0 < x < 1,$$
$$u_x(0,t) \; = \; h(t), \;\; t > 0,$$
$$u_{xx}(0,t) \; = \; H(t), \;\; t > 0,$$
$$u_x(1,t) \; = \; g(t), \;\; t > 0,$$

έχει το πολύ μία λύση. Οι εμφανιζόμενες συναρτήσεις είναι ομαλές.

3). Αποδείξτε με χρήση της ταυτότητας του *Green* ότι το πρόβλημα συνοριακών τιμών (Π.Σ.Τ.)

$$\frac{\partial}{\partial x}\left((1+x^2)\frac{\partial u}{\partial x}\right) + \frac{\partial}{\partial y}\left((1+x^2+y^2)\frac{\partial u}{\partial y}\right) - e^x u = f(x,y), \;\; x^2+y^2 < 1,$$
$$u(x,y) \; = \; g(x,y), \;\; x^2+y^2 = 1,$$

έχει το πολύ μία λύση. Οι εμφανιζόμενες συναρτήσεις είναι ομαλές.

4). Αποδείξτε με τη μέθοδο της ενέργειας ότι το πρόβλημα αρχικών-συνοριακών τιμών (Π.Α.Σ.Τ.)

$$u_{tt}(x,t) \; - \; u_{xxt}(x,t) \; - \; u_{xx}(x,t) \; = \; f(x,t), \;\; 0 < x < 1, \; t > 0,$$
$$u(x,0) \; = \; \phi(x), \;\; 0 < x < 1,$$
$$u_t(x,0) \; = \; \psi(x), \;\; 0 < x < 1,$$
$$u(0,t) \; = \; h(t), \;\; t > 0,$$
$$u(1,t) \; = \; g(t), \;\; t > 0,$$

έχει το πολύ μία λύση. Οι εμφανιζόμενες συναρτήσεις είναι ομαλές.

Η παράδοση των λύσεων μπορεί να γίνει είτε την Πέμπτη 22 Μαρτίου 2012 στο μάθημα είτε να αποσταλούν ηλεκτρονικά μέχρι 9:00 της Πέμπτης 22 Μαρτίου 2012 στη διεύθυνση tertikas@math.uoc.gr

ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ!