Πέμπτη 17 Μαΐου 2012

Α. Τερτίκας

ΜΕΡΙΚΕΣ ΔΙΑΦΟΡΙΚΕΣ ΕΞΙΣΩΣΕΙΣ

Φυλλάδιο 9

1). Έστω Ω φραγμένο χωρίο. Με χρήση της Αρχής του Μεγίστου αποδείξτε το μονοσήμαντο των λύσεων του προβλήματος

$$-\Delta u(x) \;=\; f(x), \;\; x \in \Omega,$$
$$u(x) \;=\; g(x), \;\; x \in \partial\Omega.$$

2). Έστω Ω φραγμένο χωρίο. Με χρήση της Αρχής του Μεγίστου αποδείξτε το μονοσήμαντο των λύσεων του προβλήματος

$$u_t(x,t) \;-\; \Delta u(x,t) \;=\; f(x,t), \;\; x \in \Omega, \;\; t > 0,$$
$$u(x,t) \;=\; h(x,t), \;\; x \in \partial\Omega, \;\; t > 0,$$
$$u(x,0) \;=\; g(x), \;\; x \in \Omega.$$

3). Έστω η λύση του προβλήματος

$$u_t(x,t) \;-\; u_{xx}(x,t) \;=\; 0, \;\; x \in (0,1), \;\; t > 0,$$
$$u(0,t) \;=\; u(1,t) \;= 0, \;\; t > 0,$$
$$u(x,0) \;=\; 4x(1-x), \;\; x \in (0,1).$$

Με χρήση της Αρχής του Μεγίστου αποδείξτε

$$0 \;\leq\; u(x,t) \;\leq\; 1, \;\; x \in (0,1), \;\; t > 0.$$

4). Έστω $f : \{(x,y), x^2+y^2 \leq 1\} \to \mathbb{R}$ είναι C^1 συνάρτηση για την οποία επιπρόσθετα ισχύει

$$f(x,y) \;\leq\; f(1,0), \;\; x^2+y^2 \leq 1.$$

Αποδείξτε ότι

$$f_x(1,0) \;\geq\; 0, \;\; f_y(1,0) \;=\; 0.$$

Η παράδοση των λύσεων μπορεί να γίνει είτε την Πέμπτη 24 Μαΐου 2012 στο μάθημα είτε να αποσταλούν ηλεκτρονικά μέχρι 9:00 της Πέμπτης 24 Μαΐου 2012 στη διεύθυνση tertikas@math.uoc.gr

ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ!