ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΚΡΗΤΗΣ
ΤΜΗΜΑ ΕΠΙΣΤΗΜΗΣ ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ
ΤΜΗΜΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ
Θεωρία Πληροφορίας και Κωδικοποίησης
Φθινόπωρο 2002

1^{η} σειρά ασκήσεων

1. Να αποδείξετε ότι η απόσταση Hamming είναι μετρική.
2. 'Ενας κώδικας C λέγεται (s,t) κώδικας όταν είναι κώδικας διόρθωσης s λαθών και ανίχνευσης t λαθών, όταν μπορούμε να διορθώσουμε το πολύ s λάθη και να ανισχεύσουμε το πολύ $(s+t)$ λάθη. Να αποδείξετε ότι ο C είναι (s,t) κώδικας $\iff d_{min}(C) \geq 2 \cdot s + t + 1$
3. Με $A_q(n,d)$ συμβολίζουμε τη μέγιστη τιμή του Μ τ.ώ να υπάρχει κώδικας (n, M, d) ως προς το σώμα Fq. Να αποδείξετε ότι :
   (a) $A_q(n,1) = q^n$, $A_q(n,n) = q$
   (b) $A_2(5,3) = 4$
   (c) $A_2(n, d-1) = A_2(n+1, d)$, όταν d άρτιος
   (d) Διαιρώντας το σύνολο των δυανυσμάτων σε 2 κλάσεις σύμφωνα με το πρώτο στοιχείο να αποδείξετε ότι $2 \cdot A_2(n-1, d) \geq A_2(n,d)$
4. Αν $x = x_1 x_2 \cdots x_n$, $y = y_1 y_2 \cdots y_n \in (F_2)^n$ να αποδείξετε ότι
   (a) $d(x,y) = w(x+y)$
   (b) $d(x,y) = w(x) + w(y) - 2 \cdot w(x \cap y)$ όπου $x \cap y = (x_1y_1, x_2y_2, \cdots, x_ny_n)$
   (c) Αν d περιττός να αποδείξετε ότι υπάρχει ένας δυαδικός (n, M, d) κώδικας ακριβώς τότε όταν υπάρχει ένας δυαδικός $(n+1, M, d+1)$ κώδικας
   (d) Να αποδείξετε ότι για τον $(q+1, M, 3)$ κώδικα στο F_q ισχύει Μ $\leq q^{q-1}$