

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΚΡΗΤΗΣ  
ΤΜΗΜΑ ΕΠΙΣΤΗΜΗΣ ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ  
ΤΜΗΜΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ  
Θεωρία Πληροφορίας και Κωδικοποίησης  
Φθινόπωρο 2002

2<sup>η</sup> σειρά ασκήσεων

1. Αν  $H, G$  οι πίνακες ελέγχου ισοτιμίας και γεννήτορας πίνακας αντίστοιχα ενός κώδικα  $C$ , να αποδείξετε ότι :

$$G \cdot H^T = 0 \text{ και } H \cdot G^T = 0$$

2. Αν  $H$  ο πίνακας ελέγχου ισοτιμίας και  $G$  ο γεννήτορας πίνακας, κώδικα  $C$ , να αποδείξετε ότι ο  $G$  είναι πίνακας ελέγχου ισοτιμίας και ο  $H$  γεννήτορας πίνακας του δυϊκού κώδικα  $C^\perp$ .
3. Να συγκρίνετε τα φράγματα *Hamming*, *Singlton*, *Gilbert - Varshamov* και *Plotkin* για δυαδικό κώδικα  $C$  όταν  $[n, d] = [7, 5], [8, 5], [15, 9]$ .
4. Να αποδείξετε ότι σε γραμμικό δυαδικό κώδικα  $C$ , όλες οι λέξεις έχουν άρτιο βάρος ή οι μισές άρτιο και οι μισές περιττό.
5. Αν  $C$  δυαδικός  $(n, M, d)$  κώδικας όπου  $n < 2 \cdot d$  να αποδείξετε ότι

$$M \leq \begin{cases} \frac{2^d}{2^{d-n}} & , \text{ όταν ο } M \text{ άρτιος} \\ \frac{2^d}{2^{d-n}} - 1 & , \text{ όταν ο } M \text{ περιττός} \end{cases}$$

6. Ο γεννήτορας πίνακας κώδικα  $C$  είναι ο

$$G = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Να τον γράψετε στην κανονική του μορφή.

7. Αν  $G_1, G_2$  γεννήτορες πίνακες δύο γραμμικών  $(n_1, k, d_1)$  και  $(n_2, k, d_2)$  κωδίκων αντιστοίχως, να αποδείξετε ότι οι κώδικες με γεννήτορα πίνακα

$$G = \begin{bmatrix} G_1 & 0 \\ 0 & G_2 \end{bmatrix} \text{ και}$$

$$G' = [G_1, G_2]$$

είναι του τύπου  $(n_1 + n_2, 2 \cdot k, \min\{d_1, d_2\})$  και  $(n_1 + n_2, k, d)$  αντίστοιχα, όπου  $d \geq d_1 + d_2$ .