

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΚΡΗΤΗΣ  
ΤΜΗΜΑ ΕΠΙΣΤΗΜΗΣ ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ  
ΤΜΗΜΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ  
Θεωρία Πληροφορίας και Κωδικοποίησης  
Φθινόπωρο 2002

3<sup>η</sup> σειρά ασκήσεων

Παράδοση: 25/10/2002

1. Να αποδείξετε ότι οι δυαδικοί κώδικες  $C_1$  και  $C_2$  με γεννήτορες πίνακες

$$G_1 = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

και

$$G_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

είναι ισοδύναμοι.

2. Να κατασκευάσετε έναν πίνακα των cosets και συνδρόμων (standard array) για δυαδικό γραμμικό κώδικα με γεννήτορα πίνακα

$$G = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}.$$

Αποκωδικοποιήστε τις λέξεις 111, 100.

3. Να κατασκευάσετε έναν πίνακα cosets και συνδρόμων (stadard array) για δυαδικό γραμμικό κώδικα με γεννήτορα πίνακα

$$G = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}.$$

Αποκωδικοποιήστε τις λέξεις 11111, 00000 και 01000.

4. Έστω  $C_3$  ο  $(7, 4, 3)$  κώδικας Hamming. Υποθέτουμε ότι δύο κωδικές λέξεις στάλθηκαν και τελικά ελήφθησαν 1001010 και 1101011 αντίστοιχα. Να τις αποκωδικοποιήσετε.
5. Έστω  $C_4$  ο  $(15, 11, 3)$  κώδικας Hamming.

- (a) Να βρείτε τον πίνακα ελέγχου ισοτιμίας αυτού.
- (b) Να υπολογίσετε τον λόγο πληροφορίας (information rate)
- (c) Να αποκωδικοποιήσετε τη ληφθείσα λέξη, 111100101100010.

6. Ένας γραμμικός κώδικας  $C \leq F_2^5$  ορίζεται από τον γεννήτορα πίνακα

$$G = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}.$$

Να υπολογίσετε

- (a) Τον βαθμό (rank) του  $G$ .
- (b) Την ελάχιστη απόσταση του  $C$ .
- (c) Έναν πίνακα ελέγχου ισοτιμίας του  $C$ .
- (d) Όλες τις κωδικές λέξεις αυτού.

7. Έστω

$$H = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}.$$

πίνακα ελέγχου ισοτιμίας του  $(7, 4, 3)$  κώδικα Hamming. Υποθέτουμε ότι ελήφθη το μήνυμα 1110011. Ποια κωδική λέξη στάλθηκε;