

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΚΡΗΤΗΣ
ΤΜΗΜΑ ΕΠΙΣΤΗΜΗΣ ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ
ΤΜΗΜΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ
Θεωρία Πληροφορίας και Κωδικοποίησης
Φθινόπωρο 2002

5^η σειρά ασκήσεων

1. Το πολυώνυμο

$$g(x) = x^6 + 2x^5 + 3x^4 + 3x^3 + 3x^2 + 2x + 1 \in \mathbb{F}_4[x],$$

είναι πολυώνυμο γεννήτορας ενός κυκλικού κώδικα ως προς το $\mathbb{F}_4[x]$ τύπου $(15, 9)$.

(α') Κωδικοποιήστε το πολυώνυμο $x^8 + 2x^2 + x + 1$.

(β') Υπολογίστε το πολυώνυμο ελέγχου ισοτιμίας.

(γ') Είναι το πολυώνυμο $x^{11} + 3x^2 + x + 2$ κωδική λέξη;

(δ') Υπολογίστε το σύνδρομο του $x^{10} + 3x^2 + x + 2$.

2. Να γράψετε τον πίνακα πολλαπλασιασμού για το δακτύλιο $\frac{\mathbb{F}_2[x]}{\langle x^2+1 \rangle}$. Είναι σώμα; Γιατί;

3. (α') Παραγοντοποιήστε το $x^5 - 1 \in \mathbb{F}_2[x]$ σε γινόμενο αναγωγών πολυωνύμων.

(β') Γράψτε όλους τους δυνατούς κυκλικούς κώδικες μήκους 5.

(γ') Σε κάθε έναν κώδικα, κωδικοποιήστε και αποκωδικοποιήστε ένα μήνυμα.

4. Στο παράδειγμα του μαθήματος ($\mathbb{F} = \frac{\mathbb{F}_2[x]}{\langle x^4+x+1 \rangle}$, το σώμα με 16 στοιχεία) να διορθώσετε τα λάθη αν το σύνδρομο της λέξης που πήραμε είναι το $(10010110)^T$. Να υπολογίσετε το γεννήτορα πίνακα του κώδικα.