

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΚΡΗΤΗΣ  
ΤΜΗΜΑ ΕΠΙΣΤΗΜΗΣ ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ  
ΤΜΗΜΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ  
Θεωρία Πληροφορίας και Κωδικοποίησης  
Φθινόπωρο 2002

4<sup>η</sup> σειρά ασκήσεων

1. Θεωρούμε το γραμμικό κώδικα με γεννήτορα πίνακα

$$G = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 2 \end{bmatrix}$$

στο  $\mathbb{F}_3$ . Να υπολογίσετε όλες τις κωδικές λέξεις αυτού και την ελάχιστη απόσταση του κώδικα. Είναι ο κώδικας τέλειος; Είναι κυκλικός;

2. Να ορίσετε τον πίνακα οδηγών cosets και συνδρόμων ενός δυαδικού γραμμικού (3,1) κώδικα  $C$  που παράγεται από το πολυώνυμο

$$g(x) = 1 + x + x^2$$

Κάντε το ίδιο για το δυαδικό γραμμικό (7,3) κώδικα που παράγεται από το πολυώνυμο

$$g(x) = 1 + x^2 + x^3 + x^4.$$

3. Αν  $C$  κυκλικός δυαδικός κώδικας, παραγόμενος από το πολυώνυμο

$$g(x) = 1 + x + x^3$$

να αποκωδικοποιήσετε αν είναι δυνατό τα μηνύματα 1110010, 1110011, 1110101.

4. (α') Αν  $f(x) \in \mathbb{F}_2[x]$ , ανάγωγο,  $\deg(f) \geq 2$ , τότε έχει περιττό αριθμό μή-μηδενικών συντελεστών.  
(β') Να καταγράψετε όλα τα ανάγωγα πολυώνυμα του  $\mathbb{F}_2[x]$  βαθμού 1 έως 4. Στη συνέχεια να κατασκευάσετε το σώμα με 8 στοιχεία.
5. Να βρείτε όλους τους τριαδικούς κυκλικούς κώδικες μήκους 4 και να γράψετε ένα γεννήτορα πίνακα για καθέναν από αυτούς.
6. Να κατασκευάσετε ένα γεννήτορα πίνακα του τριαδικού κώδικα Hamming  $C_2$  τύπου (4, 2, 3). Συνδυάστε τα αποτελέσματα της άσκησης 5 και αποδείξτε ότι ο κώδικας δεν είναι κυκλικός.
7. Αν  $C$  δυαδικός κυκλικός κώδικας περιττού μήκους, να αποδείξετε ότι ο  $C$  περιέχει μια κωδική λέξη περιττού βάρους ακριβώς τότε όταν η 111...1 είναι κωδική λέξη του  $C$ .