

M2311/M214 ΔΙΑΦΟΡΙΚΗ ΓΕΩΜΕΤΡΙΑ

A. Υλη του μαθήματος

I. Καμπύλες στον ευκλείδειο χώρο \mathbb{R}^3

1. Παραμετρισμένες καμπύλες και το μήκος τους
2. Κανονικές καμπύλες και παραμέτρηση με το μήκος
3. Το εξωτερικό γινόμενο στον \mathbb{R}^3
4. Το πλαίσιο του Frenét
5. Η ευκλείδεια κατάταξη των καμπυλών
6. Εφαρμογή στην Φυσική: Κίνηση ηλεκτρισμένου σωμάτιου σε μαγνητικό πεδίο

II. Επιφάνειες στον \mathbb{R}^3

1. Ορισμοί, βασικές έννοιες και παραδείγματα
2. Διαφορίσιμες απεικονίσεις σε επιφάνειες
3. Το εφαπτόμενο επίπεδο και η παράγωγος μιας απεικόνισης επιφανειών
4. Προσανατολίσιμες επιφάνειες και προσανατολισμός
5. Η πρώτη θεμελιώδης μορφή

III. Καμπυλότητα

1. Η απεικόνιση Gauss και ο τελεστής σχήματος
2. Η δεύτερη θεμελιώδης μορφή
3. Κανονική καμπυλότητα, κύριες καμπυλότητες και η γεωμετρική σημασία τους
4. Καμπυλότητα Gauss και μέθοδοι υπολογισμού
5. Ομφαλικά σημεία. Επιφάνειες χωρίς ομφαλικά σημεία (ολικά)
6. Καμπυλότητα και τοπική γεωμετρία
7. Επιφάνειες εκ περιστροφής, η ψευδοσφαίρα και το υπερβολικό επίπεδο του Poincaré
8. Το θεώρημα Liebmann-Hilbert του χαρακτηρισμού των σφαιρών (με μια μοντέρνα στοιχειώδη απόδειξη)

IV. Η εσωτερική γεωμετρία των επιφανειών

1. Εσωτερική απόσταση, ισομετρίες και εσωτερικές ιδιότητες των επιφανειών
2. Τα σύμβολα του Christoffel
3. Το Theorema Egregium του Gauss και οι εξισώσεις των Codazzi-Mainardi

V. Γεωδαισιακές

1. Γεωδαισιακή καμπυλότητα και το θεώρημα του Minding
2. Η διαφορική εξίσωση των γεωδαισιακών και η ελαχιστοποίηση του μήκους
3. Οι γεωδαισιακές στη σφαίρα και το υπερβολικό επίπεδο
4. Το εμβαδόν των τριγώνων στη σφαιρική και υπερβολική γεωμετρία

B. Βιβλιογραφία

1. B. O'Neil, Στοιχειώδης Διαφορική Γεωμετρία, Πανεπιστημιακές Εκδόσεις Κρήτης.
2. Δ. Κουτροφιώτης, Στοιχειώδης Διαφορική Γεωμετρία, Εκδόσεις Leader Books.
3. M.P. do Carmo, Differential geometry of curves and surfaces, Prentice-Hall, 1976.
4. J. Mc Cleary, Geometry from a differentiable viewpoint, Cambridge University Press, 1994.

Γ. Διεξαγωγή του μαθήματος

Σύμφωνα με το ωρολόγιο πρόγραμμα του χειμερινού εξαμήνου 2011-2012, το μάθημα θα διδάσκεται κάθε Δευτέρα και Τετάρτη, ώρα 1 μ.μ - 3 μ.μ. στην αίθουσα Θ 201 των προκατασκευασμένων κτιρίων της Κνωσού.

Θα γίνει μια γραπτή τελική εξέταση.