

MEM 231 ΔΙΑΦΟΡΙΚΗ ΓΕΩΜΕΤΡΙΑ

A. Ύλη του μαθήματος

I. Καμπύλες στον ευκλείδειο χώρο \mathbb{R}^3

1. Παραμετρισμένες καμπύλες και το μήκος τους
2. Ευθυγραμμίσιμες και μη-ευθυγραμμίσιμες καμπύλες
3. Κανονικές καμπύλες και παραμέτρηση με το μήκος
4. Το εξωτερικό γινόμενο στον \mathbb{R}^3
5. Το πλαίσιο του Frenét
6. Η ευκλείδεια κατάταξη των καμπυλών
7. Εφαρμογή στην Φυσική: Κίνηση ηλεκτρισμένου σωμάτιου σε μαγνητικό πεδίο

II. Επιφάνειες στον \mathbb{R}^3

1. Ορισμοί, βασικές έννοιες και παραδείγματα
2. Διαφορίσιμες απεικονίσεις σε επιφάνειες
3. Το εφαπτόμενο επίπεδο και η παράγωγος μιας απεικόνισης επιφανειών
4. Προσανατολίσιμες επιφάνειες και προσανατολισμός
5. Η πρώτη θεμελιώδης μορφή

III. Καμπυλότητα

1. Η απεικόνιση Gauss και ο τελεστής σχήματος
2. Η δεύτερη θεμελιώδης μορφή
3. Κανονική καμπυλότητα, κύριες καμπυλότητες και η γεωμετρική σημασία τους
4. Καμπυλότητα Gauss και μέθοδοι υπολογισμού
5. Ομφαλικά σημεία. Επιφάνειες χωρίς ομφαλικά σημεία (ολικά)
6. Καμπυλότητα και τοπική γεωμετρία
7. Επιφάνειες εκ περιστροφής, η ψευδοσφαίρα και το υπερβολικό επίπεδο του Poincaré
8. Το θεώρημα των Liebmann-Hilbert του χαρακτηρισμού των σφαιρών (με μια μοντέρνα στοιχειώδη απόδειξη)

IV. Η εσωτερική γεωμετρία των επιφανειών

1. Εσωτερική απόσταση, ισομετρίες και εσωτερικές ιδιότητες των επιφανειών
2. Τα σύμβολα του Christoffel
3. Το Theorema Egregium του Gauss και οι εξισώσεις των Codazzi-Mainardi

V. Γεωδαισιακές

1. Γεωδαισιακή καμπυλότητα και το θεώρημα του Minding
2. Η διαφορική εξίσωση των γεωδαισιακών και η ελαχιστοποίηση του μήκους
3. Οι γεωδαισιακές στη σφαίρα και το υπερβολικό επίπεδο
4. Το εμβαδόν των τριγώνων στη σφαιρική και υπερβολική γεωμετρία

B. Βιβλιογραφία

1. Κ. Αθανασόπουλος, Σημειώσεις του προπτυχιακού μαθήματος Διαφορική Γεωμετρία, <http://users.math.uoc.gr/~athanako/diff-geom-notes-i.pdf>
2. M.P. do Carmo, Differential geometry of curves and surfaces, Prentice-Hall, 1976.
3. J. Mc Cleary, Geometry from a differentiable viewpoint, Cambridge University Press, 1994.
4. Δ. Κουτροφιώτης, Στοιχειώδης Διαφορική Γεωμετρία, Εκδόσεις Leader Books.
5. Β. Ο'Neil, Στοιχειώδης Διαφορική Γεωμετρία, Πανεπιστημιακές Εκδόσεις Κρήτης.
6. A. Pressley, Στοιχειώδης Διαφορική Γεωμετρία, Πανεπιστημιακές Εκδόσεις Κρήτης.

Γ. Διεξαγωγή του μαθήματος

Σύμφωνα με το ωρολόγιο πρόγραμμα του εαρινού εξαμήνου 2023-2024, το μάθημα θα διδάσκεται με κάθε Δευτέρα ώρα 1 μ.μ - 3 μ.μ. και Τετάρτη ώρα 1 μ.μ - 3 μ.μ. στην αίθουσα Α 212. Οι ώρες αυτές υπόκεινται σε ενδεχόμενες αλλαγές ανάλογα με τις ανάγκες διαμόρφωσης του ωρολόγιου προγράμματος των μαθημάτων του ΤΜΕΜ.

Θα γίνει μια γραπτή τελική εξέταση.