

## MEM 242 ΘΕΩΡΙΑ ΣΥΝΟΛΩΝ

### A. Ύλη του μαθήματος

#### I. Εισαγωγή στα σύνολα

1. Η έννοια του συνόλου
2. Η άλγεβρα Boole των συνόλων
3. Διατεταγμένα ζεύγη και καρτεσιανό γινόμενο
4. Οικογένειες συνόλων
5. Το δυναμοσύνολο

#### II. Διμελείς σχέσεις και απεικονίσεις

1. Διατεταγμένα ζεύγη και διμελείς σχέσεις
2. Σχέσεις ισοδυναμίας και σύνολα πιλήχο
3. Απεικονίσεις
4. Διατάξεις

#### III. Αξιωματική Θεμελίωση

1. Το σύστημα αξιωμάτων των Zermelo-Fraenkel
2. Το αξίωμα της επιλογής και γενικά καρτεσιανά γινόμενα

#### IV. Σύνολα αριθμών

1. Ύπαρξη του συνόλου των φυσικών αριθμών
2. Κατασκευή των ακεραίων
3. Κατασκευή του σώματος των ρητών αριθμών
4. Διατεταγμένα σώματα και πληρότητα
5. Οι πραγματικοί αριθμοί
6. Οι μιγαδικοί αριθμοί

#### V. Αριθμήσιμα και μη-αριθμήσιμα σύνολα

1. Πεπερασμένα σύνολα
2. Αριθμήσιμα σύνολα και οι ιδιότητές τους
3. Μη-αριθμήσιμα σύνολα
4. Παραδείγματα υποσυνόλων του συνόλου των πραγματικών αριθμών

#### VI. Πληθάριθμοι

1. Ισοδυναμία συνόλων
2. Πληθάριθμοι
3. Το θεώρημα των Bernstein-Schröder
4. Η αριθμητική των πληθαρίθμων

#### VII. Διατακτικοί αριθμοί

1. Καλά-διατεταγμένα σύνολα

2. Το λήμμα του Zorn
3. Συγκρισιμότητα καλά-διατεταγμένων συνόλων
4. Υπερπεπερασμένη επαγωγή
5. Διατακτικοί αριθμοί
6. Ο διατακτικός αριθμός  $\Omega$

## **B. Βιβλιογραφία**

1. Δ. Γεωργίου και Σ. Ηλιάδης, Θεωρία Συνόλων, Εκδόσεις Τζιόλα, 2017.
2. K. Devlin, The joy of sets: Fundamentals of contemporary set theory, Springer, 1979.
3. P. Halmos, Naive set theory, Van Nostrand, 1960.
4. E. Kamke, Theory of sets, Dover, 1950.
5. Y. Moschovakis, Notes on set theory, Springer, 2006.

## **Γ. Διεξαγωγή του μαθήματος**

Σύμφωνα με το ωρολόγιο πρόγραμμα του εαρινού εξαμήνου του ακαδημαϊκού έτους 2023-2024, το μάθημα θα διδάσκεται κάθε Δευτέρα ώρα 11 π.μ - 1 μ.μ., στην αίθουσα Α 208 και Τετάρτη, ώρα 11 π.μ - 1 μ.μ., στην αίθουσα Α 212.

Θα γίνει μια γραπτή τελική εξέταση.