

**ΜΑΘ 235 – ΑΡΙΘΜΗΤΙΚΗ ΕΠΙΛΥΣΗ Μ.Δ.Ε.
ΦΥΛΛΑΔΙΟ ΑΣΚΗΣΕΩΝ 2**

Θεωρούμε το πρόβλημα

$$-u''(x) + p(x)u'(x) + q(x)u(x) = f(x), x \in (a, b) \text{ με } u(a) = A, u(b) = B.$$

Θεωρούμε μια διαμέριση του (a, b) , $x_0 = a < x_1 < x_2 < \dots < x_{n+1} = b$, και κατασκευάζουμε ένα διάνυσμα $U \in \mathbb{R}^{n+2}$, του οποίου η κάθε μια συνιστώσα U_i αποτελεί προσέγγιση της $u(x_{i-1})$, $i = 1, \dots, n+2$. Θεωρούμε ότι $U_1 = A$ και $U_{n+2} = B$.

Διατυπώστε μια μέθοδο πεπερασμένων διαφορών σε έναν ομοιόμορφο διαμερισμό $x_i = ih$, $i = 0, \dots, n+1$, με $h = 1/(n+1)$ για κάθε ένα από τα παρακάτω προβλήματα και βρείτε το ζητούμενο διάνυσμα U .

1. $u''(x) + 2u'(x) + 10x = 0, x \in (0, 1)$ με $u(0) = 1, u(1) = 1$, και βήμα διαμερισμού $h = 1/2$ και $h = 1/4$.
2. $u''(x) = 4(u(x) - x), x \in (0, 1)$ με $u(0) = 0, u(1) = 2$, και βήμα διαμερισμού $h = 1/2$ και $h = 1/4$.
3. $u''(x) = u'(x) + 2u(x) + \cos(x), x \in (0, \pi/2)$ με $u(0) = -0.3, u(\pi/2) = -0.1$, και βήμα διαμερισμού $h = \pi/4$ και $h = \pi/8$.
4. $u''(x) + u(x) = 0, x \in (0, \pi/4)$ με $u(0) = 1, u(\pi/4) = 1$, και βήμα διαμερισμού $h = \pi/16$.