ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΚΡΗΤΗΣ– ΤΜΗΜΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ
5/12/2011

ΑΡΙΘΜΗΤΙΚΗ ΓΡΑΜΜΙΚΗ ΑΛΓΕΒΡΑ
2η Εργαστηριακή Άσκηση

Έστω $Ax = b$ με $A \in \mathbb{R}^{n\times n}$, A συμμετρικός και θετικά ορισμένος και $b \in \mathbb{R}^n \backslash \{0\}$. Θεωρούμε τους δύο παρακάτω επαναληπτικούς αλγορίθμους για την επίλυση του γραμμικού συστήματος. Γράψτε δύο προγράμματα σε MATLAB που να υλοποιούν τις παρακάτω μεθόδους. Ως ορίσματα θα δέχονται τον πίνακα A, το διάνυσμα b, και το επιτρεπτό σφάλμα TOL και θα επιστρέφουν την προσεγγιστική λύση και τον αριθμό επαναλήψεων που εκτελέστηκαν. Κριτήρια τερματισμού κάθε ρουτίνας θα είναι είτε αν έχει γίνει ένας μέγιστος αριθμός επαναλήψεων είτε αν το σφάλμα γίνει μικρότερο από TOL.

Αλγόριθμος Μεθόδου Απότομης Καθόδου

- $x^{(0)} = 0$, $r^{(0)} = b$, $k = 0$.
- Εφόσον $\|r^{(k)}\| > TOL$
  - $k = k + 1$
  - $a_k = \dfrac{(r^{(k-1)}, r^{(k-1)})}{(Ar^{(k-1)}, r^{(k-1)})}$
  - $x^{(k)} = x^{(k-1)} + a_k r^{(k-1)}$
  - $r^{(k)} = b - Ax^{(k)}$

Αλγόριθμος Μεθόδου Συζυγών Κλίσεων

- $x^{(0)} = 0$, $r^{(0)} = b$, $p^{(1)} = r^{(0)}$
- $a_1 = \dfrac{(r^{(0)}, r^{(0)})}{(Ap^{(1)}, p^{(1)})}$
- $x^{(1)} = x^{(0)} + a_1 p^{(1)}$
- $r^{(1)} = b - Ax^{(1)}$
- $k = 1$
- Εφόσον $\|r^{(k)}\| > TOL$ και $k < n$
  - $k = k + 1$
  - $b_k = \dfrac{(r^{(k-1)}, r^{(k-1)})}{(r^{(k-2)}, r^{(k-2)})}$
  - $p^{(k)} = r^{(k-1)} + b_k p^{(k-1)}$
  - $a_k = \dfrac{(r^{(k-1)}, r^{(k-1)})}{(Ap^{(k)}, p^{(k)})}$
  - $x^{(k)} = x^{(k-1)} + a_k p^{(k)}$
  - $r^{(k)} = b - Ax^{(k)}$

Εφαρμογές

(1) Θεωρείστε τον πίνακα $A = \begin{pmatrix} 10 & 1 & 2 & 3 & 4 \\ 1 & 9 & -1 & 2 & -3 \\ 2 & -1 & 7 & 3 & -5 \\ 3 & 2 & 3 & 12 & -1 \\ 4 & -3 & -5 & -1 & 15 \end{pmatrix}$ και $b = \begin{pmatrix} 12 \\ -27 \\ 14 \\ -17 \\ 12 \end{pmatrix}$. Χρησιμοποιήστε ως $x_0 = (0,0,0,0,0)^T$.

(2) Θεωρείστε τον πίνακα Hilbert, $A \in \mathbb{R}^{n\times n}$, $n = 50 + m$, όπου m τα δύο τελευταία ψηφία του AM σας με $A(i,j) = 1/(i+j-1)$ και $b(i) = \sum_{j=1}^{n} A(i,j)$, $i = 1, \ldots, n$.

Συγκρίνεται τα αποτέλεσμα σας με τις μεθόδους Jacobi και Gauss–Seidel.

Εξέταση

Μπορείτε να δουλέψετε σε ομάδες των δύο ατόμων αν θέλετε αλλά ο συνεργάτης σας πρέπει να είναι πάντα ο ίδιος και στις επόμενες εργαστηριακές ασκήσεις. Ονόμαστε το πρόγραμμα σας για τον ‘Αλγόριθμο Μεθόδου Απότομης Καθόδου’ steepdescentXXXX όπου $XXXX$ είναι ο αριθμός μητρώου σας (αν είστε σε ομάδα διαλέξτε το μικρότερο από τους δύο αριθμούς μητρώου). Ονόμαστε το πρόγραμμα για τον ‘Αλγόριθμο Μεθόδου Συζυγών Κλίσεων’ conjgradXXXX. Μην ξεχάσετε να γράψετε τα ονόματα σας σε κάποιο σχόλιο στην αρχή του κάθε προγράμματος. Κατά την εξέταση θα πρέπει να παραδώσετε το πρόγραμμα σας τυπωμένο και να είστε σε θέση να απαντήσετε σε τυχόν ερωτήσεις που θα σας τεθούν. Στείτε με e-mail (ως attached) το πρόγραμμα σας και τις απαντήσεις σας στην περιοχή math2515@math.uoc.gr.

Ημερομηνία παράδοσης: 12/12/2011.