

Θεωρία Προσεγγίσεων και Εφαρμογές
2η Εργαστηριακή Άσκηση

Προσεγγίστε το ολοκλήρωμα μιας συνάρτησης $f \in C[a, b]$ χρησιμοποιώντας τον κανόνα ολοκλήρωσης του Gauss n σημείων. Για την προσέγγιση του ολοκληρώματος υλοποιήστε τα ακόλουθα βήματα

- (1) Γράψτε μια συνάρτηση Matlab την οποία θα ονομάσετε mygauss-XXXX, για να προσεγγίσετε με τη μέθοδο Gauss Q_n , $n = 1, 2, 3$, το ολοκλήρωμα $\int_{-1}^1 f(x) dx$, όπου XXXX είναι ο αριθμός μητρώου σας.

```
function y=mygaussXXXX(fun,n)
```

⋮

όπου fun είναι η συνάρτηση της οποίας το ολοκλήρωμα θέλουμε να προσεγγίσουμε και είναι μεταβλητή τύπου function handle της Matlab και n ο αριθμός των κόμβων στο διάστημα $[-1, 1]$. Οι κόμβοι x_i και τα βάρη w_i , για τους τυπους Γαυσς για $n = 1, 2, 3$, δίνονται παρακάτω

$$n = 1: \quad x_1 = 0, \quad w_1 = 2,$$

$$n = 2: \quad x_1 = -x_2 = -\frac{1}{\sqrt{3}}, \quad w_1 = w_2 = 1,$$

$$n = 3: \quad x_1 = -x_3 = -\sqrt{\frac{3}{5}}, x_2 = 0, \quad w_1 = w_3 = \frac{5}{9}, w_2 = \frac{8}{9}.$$

- (2) Γράψτε μια συνάρτηση Matlab την οποία θα ονομάσετε mygauss_abXXXX, όπου θα χρησιμοποιείτε τη συνάρτηση mygaussXXXX, για να προσεγγίσετε με τη μέθοδο Gauss Q_n , $n = 1, 2, 3$, το ολοκλήρωμα $\int_a^b f(x) dx$, όπου XXXX είναι ο αριθμός μητρώου σας.

```
function y=mygauss_abXXXX(fun,a,b,n)
```

⋮

όπου fun είναι η συνάρτηση της οποίας το ολοκλήρωμα θέλουμε να προσεγγίσουμε και είναι μεταβλητή τύπου function handle της

Matlab, a, b είναι τα άκρα του διαστήματος και n ο αριθμός των κόμβων στο διάστημα $[-1, 1]$. (Υποδείξη: Ο μετασχηματισμός $t = \frac{2x - (b + a)}{b - a}$ μετασχηματίζει το $[a, b]$ στο $[-1, 1]$.)

- (3) Γράψτε μια συνάρτηση Matlab την οποία θα ονομάσετε `comp_gaussXXXX`, όπου θα χρησιμοποιείτε τη συνάρτηση `mygauss_abXXXX`, για να προσεγγίσετε με το σύνθετο τύπο του Gauss Q_m^G , το ολοκλήρωμα $\int_a^b f(x) dx$, όπου m ο αριθμός των σημείων της ομοιόμορφης διαμέρισης του $[a, b]$ και `XXXX` είναι ο αριθμός μητρώου σας. Αν $x_i, i = 1, \dots, m$ είναι οι ομοιόμορφοι κατανεμημένοι κόμβοι στο $[a, b]$, σε κάθε διάστημα $[x_i, x_{i+1}]$ εφαρμόστε τη μέθοδο Gauss με n κόμβους.

```
function y=comp_gaussXXXX(fun,a,b,n,m)
```

```
    :
```

όπου `fun` είναι η συνάρτηση της οποίας το ολοκλήρωμα θέλουμε να προσεγγίσουμε και είναι μεταβλητή τύπου `function handle` της Matlab, a, b είναι τα άκρα του διαστήματος, m είναι ο αριθμός των κόμβων στο $[a, b]$ και n ο αριθμός των κόμβων στο διάστημα $[x_i, x_{i+1}]$ που χρησιμοποιεί ο κανόνας Gauss.

Παρατηρήσεις

- Για πληροφορίες σχετικά με μεταβλητές τύπου `function handle` μπορείτε να ανατρέξετε στο Help της Matlab. Στα παραδείγματα που παρουσιάστηκαν στα Εργαστήρια έγινε χρήση τέτοιων μεταβλητών.

Εφαρμογές

Προσεγγίστε το ολοκλήρωμα $\int_a^b f(x) dx$, με ακρίβεια 5 δεκαδικών ψηφίων, για τις παρακάτω f και διαστήματα $[a, b]$.

(1) $f(x) = \sin(3e^x)$, $a = 0$, $b = 1$

(2) $f(x) = \sin(6x) + \sin(60e^x)$ $a = 0$, $b = 1$

(3) $f(x) = \frac{1}{1 + 1000(x + 0.5)^2} + \frac{1}{\sqrt{1 + 1000(x - 0.5)^2}}$ $a = 0$, $b = 1$

Εξέταση-Παράδοση

Θα πρέπει να υποβάλετε τις συναρτήσεις-προγράμματα `mygaussXXXX.m`, `mygauss_abXXXX.m` και `comp_gaussXXXX.m` στο ηλεκτρονικό σύστημα που βρίσκεται στη σελίδα <http://fourier.math.uoc.gr/moodle>. Για να μπορέσετε να υποβάλετε ηλεκτρονικά την εργασία σας πρέπει να εγγραφείτε πρώτα στο ηλεκτρονικό σύστημα που βρίσκεται στην παραπάνω διεύθυνση και στη συνέχεια και στο μάθημα Θεωρία Προσεγγίσεων και

Εφαρμογές που βρίσκονται στην παραπάνω σελίδα. Κατά τη διάρκεια της εξέτασης θα σας ζητηθεί εφαρμόστε και να εξηγήσετε τα προγράμματα σας καθώς και να απαντήσετε και σε άλλες τυχόν σχετικές ερωτήσεις. Η εξέταση θα πραγματοποιηθεί στις 24/5/2012, την ώρα του Εργαστηρίου. Σε περίπτωση που δεν μπορείτε μπορείτε να εξεταστείτε σε άλλη ημερομηνία, η οποία δεν μπορεί να είναι μετά την τελική εξέταση του μαθήματος.

Ημερομηνία παράδοσης: 23/5/2012.