

## M1113 ΕΠΙΠΕΔΟ ΚΑΙ ΧΩΡΟΣ

### Εργαστήριο Προβλημάτων 7

Τρίτη, 26/11/2013

**Άσκηση 7.1** Έστω  $\varepsilon$  η ευθεία με παραμετρική περιγραφή  $(1+t, 1+2t)$ .

α'. Βρείτε μια αναλυτική περιγραφή της  $\varepsilon$

β'. Θεωρήστε τις ευθείες  $\varepsilon_1, \varepsilon_2, \varepsilon_3$  με παραμετρική περιγραφή

$$(x, y) \in \varepsilon_1 \Leftrightarrow (x, y) = (1, 2) + t(2, 4)$$

$$(x, y) \in \varepsilon_2 \Leftrightarrow (x, y) = (0, -1) - t(2, 4)$$

$$(x, y) \in \varepsilon_3 \Leftrightarrow (x, y) = (1, 3) + t(2, -4)$$

Για  $n = 1, 2, 3$  να εξετάσετε αν οι  $\varepsilon, \varepsilon_n$  ταυτίζονται, αν είναι παράλληλες χωρίς κοινά σημεία, ή αν τέμνονται σε ένα μοναδικό σημείο. Στην τρίτη περίπτωση, να υπολογίσετε το σημείο τομής.

**Άσκηση 7.2** Έστω  $\varepsilon$  η ευθεία με παραμετρική περιγραφή  $(2+2t, 2, 2-2t)$ . Θεωρήστε τις ευθείες  $\varepsilon_1, \varepsilon_2, \varepsilon_3$  με παραμετρική περιγραφή

$$(x, y, z) \in \varepsilon_1 \Leftrightarrow (x, y, z) = (1, -1, 0) + t(1, 1, 0)$$

$$(x, y, z) \in \varepsilon_2 \Leftrightarrow (x, y, z) = (1, -1, 1) - t(1, 1, 0)$$

$$(x, y, z) \in \varepsilon_3 \Leftrightarrow (x, y, z) = (1, -1, 1) + t(-4, 0, 4)$$

Για  $n = 1, 2, 3$  να εξετάσετε αν οι  $\varepsilon, \varepsilon_n$  έχουν κοινά σημεία. Αν ναι, να υπολογίσετε τα κοινά σημεία των  $\varepsilon, \varepsilon_n$ . Αν όχι, να εξετάσετε αν οι  $\varepsilon, \varepsilon_n$  είναι ασύμβατες.

**Άσκηση 7.3** Θεωρήστε τα επίπεδα  $\Pi, \Pi_1, \Pi_2$  με αναλυτική περιγραφή

$$(x, y, z) \in \Pi \Leftrightarrow 2x + 3y + z + 1 = 0$$

$$(x, y, z) \in \Pi_1 \Leftrightarrow x + y + z + 1 = 0$$

$$(x, y, z) \in \Pi_2 \Leftrightarrow -4x - 6y - 2z - 2 = 0$$

Για  $n = 1, 2$  να δώσετε μια παραμετρική περιγραφή του συνόλου των κοινών σημείων των  $\Pi, \Pi_n$ .

**Άσκηση 7.4** Έστω  $\Pi$  το επίπεδο με παραμετρική περιγραφή  $(1, 0, 1) + s(1, 2, 3) + t(1, 1, 1)$ . Να δώσετε μια αναλυτική περιγραφή του  $\Pi$ .

**Άσκηση 7.5** Δίδονται τα διανύσματα  $\vec{a} = (1, 1, -1), \vec{b} = (1, 0, -2), \vec{n} = \vec{a} \times \vec{b}$ , και οι ευθείες σε παραμετρική μορφή:

$$1) P(s) = (1, 3, 1) + s\vec{a},$$

$$2) Q(t) = (1, 0, 1) + t\vec{b}.$$

Δείξτε ότι η εξίσωση με τρεις αγνώστους  $(s, t, u)$

$$Q(t) = P(s) + u\vec{n}$$

έχει μία λύση  $(s_0, t_0, u_0)$ , και βρείτε την. Ποια είναι η γεωμετρική σημασία των σημείων  $P(s_0), Q(t_0)$ ;

**Άσκηση 7.6** Έστω  $\varepsilon_1$  η ευθεία, που περνά από το  $A(6, -1, 3)$  και έχει διεύθυνση  $\vec{u} = (2, -3, 4)$ , και  $\varepsilon_2$  η ευθεία, που περνά από το  $B(2, 1, 0)$  και έχει διεύθυνση  $\vec{v} = (1, 2, -3)$ . Χωρίς να βρείτε τις εξισώσεις τους, αποδείξτε ότι οι ευθείες αυτές είναι ασύμβατες.

**Άσκηση 7.7** Βρείτε μία αναλυτική περιγραφή του κυλίνδρου με ακτίνα 2 που έχει άξονα την ευθεία που είναι παράλληλη με τον  $y$ -άξονα και περνάει από το σημείο με συντεταγμένες  $(-1, 1, 2)$