

M1113 ΕΠΙΠΕΔΟ ΚΑΙ ΧΩΡΟΣ

Εργαστήριο Προβλημάτων 9

Τρίτη, 10/12/2013

Άσκηση 9.1 Σχεδιάστε ένα πρόχειρο (δηλαδή χωρίς να χρησιμοποιήσετε υποχρεωτικά χάρακα και υποδεκάμετρο) αλλά προσεκτικά σχεδιασμένο σχήμα (δηλαδή οι θέσεις των σημείων και οι κλίσεις των ευθειών να είναι σωστές στα όρια ακριβείας του σχήματος) της έλλειψης με εξίσωση

$$x^2 + 4y^2 = 4.$$

Βρείτε τις εστίες της έλλειψης και σημειώστε τις στο σχήμα.

Βρείτε τις εξισώσεις των εφαπτομένων στα σημεία της έλλειψης για τα οποία $x = 1$ και σχεδιάστε τις στο σχήμα.

Άσκηση 9.2 Δείξτε ότι $x^2 + 4y^2 + 4x - 8y = -4$ είναι εξίσωση έλλειψης, και βρείτε τις εστίες της έλλειψης και την εξίσωση των εφαπτομένων από το σημείο $(1, 2)$.

Άσκηση 9.3 Βρείτε την εστία και τη διευθετούσα της παραβολής με εξίσωση $x + \frac{1}{2}y^2 = 2$ και σχεδιάστε την παραβολή.

Βρείτε την εφαπτομένη στην παραβολή που είναι παράλληλη στην ευθεία $x - 2y = 0$.

Άσκηση 9.4 Βρείτε τις εξισώσεις των υπερβολών που έχουν ασύμπτωτες τις ευθείες $\varepsilon_1 : 4y = x$ και $\varepsilon_2 : -4y = x$.

Άσκηση 9.5 Για να σχεδιάσετε ένα πρόχειρο αλλά προσεκτικά σχεδιασμένο σχήμα της υπερβολής με εξίσωση

$$x^2 - 2y^2 = 4,$$

πρώτα βρείτε τις εστίες της υπερβολής και σημειώστε τις στο σχήμα.

Κατόπιν βρείτε τις εξισώσεις των ασύμπτωτων προς την υπερβολή, και σχεδιάστε τις στο σχήμα.

Τώρα σχεδιάστε τους δύο κλάδους της υπερβολής.

Βρείτε την εξίσωση των εφαπτομένων στην υπερβολή από το σημείο $(-1, 2)$. Κατόπιν βρείτε την εξίσωση κάθε μίας από τις δύο εφαπτόμενες από το (x_1, y_1) και σχεδιάστε τις στο σχήμα.

Το ίδιο για το σημείο $(x_2, y_2) = (1, \frac{1}{2})$.