

## M1124 ΘΕΜΕΛΙΑ ΤΩΝ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ

### Εργαστήριο Προβλημάτων 10

Τρίτη, 13/12/2011

**Άσκηση 10.1** Θέλετε να αγοράσετε για δώρο ένα ποκάμισο ή/ και μία γραβάτα. Υπάρχουν τρία διαφορετικά ποκάμισα και δύο διαφορετικές γραβάτες.

α'. Πόσες δυνατότητες έχετε να αγοράσετε ένα ποκάμισο ή μία γραβάτα;

β'. Πόσες δυνατότητες έχετε να αγοράσετε ένα ποκάμισο και μια γραβάτα;

**Άσκηση 10.2** Πόσα διαφορετικά αρχικά μπορείτε να γράψετε με 2 ή 3 γράμματα του ελληνικού αλφαβήτου;

**Άσκηση 10.3** Με πόσους διαφορετικούς τρόπους μπορούν έξι άτομα να χωριστούν σε δύο ομάδες των τριών;

**Άσκηση 10.4** Με πόσους διαφορετικούς τρόπους μπορείτε να επιλέξετε μία επιτροπή 3 ατόμων από 20 άτομα;

Με πόσους τρόπους μπορείτε να επιλέξετε πρόεδρο, γραμματέα και ταμία από 20 άτομα;

**Άσκηση 10.5** Πόσοι τριψήφιοι ακέραιοι  $n$  (δηλ.  $n = 000, 001, 002, \dots, 999$ ) έχουν τουλάχιστον ένα ψηφίο που είναι "5";

Υπόδειξη: Μετρείστε πρώτα τους «υπόλοιπους».

**Άσκηση 10.6** Εάν έχετε 2 κέρματα του 1 ευρώ, 2 εικοσάλεπτα και 3 πεντάλεπτα, πόσα διαφορετικά ποσά μπορείτε να πληρώσετε, χωρίς να χρειαστείτε ρέστα;

**Άσκηση 10.7** Να κατασκευάσετε το τρίγωνο του Pascal για να βρείτε τους

$$\binom{7}{0}, \binom{7}{1}, \binom{7}{2}, \dots, \binom{7}{7}.$$

Τι λέει το Θεώρημα του Διωνύμου για το  $(a + b)^7$ ;

**Άσκηση 10.8** Με πόσους τρόπους μπορείτε να διαλέξετε 4 παπούτσια από 5 διαφορετικά ζευγάρια;

Σε πόσους από αυτούς έχετε τουλάχιστον ένα ζευγάρι;

**Άσκηση 10.9** Με πόσους τρόπους μπορείτε να μοιράσετε 10 βιβλία σε δύο στοίβες, έτσι ώστε κάθε στοίβα να έχει τουλάχιστον 1 βιβλίο; Εξετάστε τις τέσσερις διαφορετικές περιπτώσεις, ανάλογα με το αν τα βιβλία και οι στοίβες θεωρούνται διαφορετικά ή όχι.

**Άσκηση 10.10** Με πόσους διαφορετικούς τρόπους μπορούν να ‘ανακατωθούν’ τα 52 χαρτιά της τράπουλας;  
Σε πόσους από αυτούς βρίσκονται οι τέσσερις άσσοι σε διαδοχικές θέσεις;  
Σε πόσους τα 5 πρώτα χαρτιά έχουν το ίδιο ‘χρώμα’;  
(Στην τράπουλα υπάρχουν 4 διαφορετικά ‘χρώματα’.)

**Άσκηση 10.11** Με πόσους τρόπους μπορούμε να τοποθετήσουμε  $n$  μπάλες σε  $n$  κουτιά, έτσι ώστε να μείνει ακριβώς ένα κουτί άδειο. Εξετάστε δύο περιπτώσεις: εάν οι μπάλες είναι όλες ίδιες ή όλες διαφορετικές.

**Άσκηση 10.12** Θεωρούμε όλα τα αθροίσματα του τύπου  $a + b + c = 8$  με  $a, b, c \in \{0, 1, 2, \dots\}$ , (π.χ., το  $4 + 3 + 1 = 8$  και το  $3 + 1 + 4 = 8$  θεωρούνται διαφορετικά). Πόσα τέτοια αθροίσματα υπάρχουν ;

Υπόδειξη: Σκεφτείτε, π.χ. το  $4 + 3 + 1$  ως  $xxxyxxxx$ .