

M1124 ΘΕΜΕΛΙΑ ΤΩΝ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ

Εργαστήριο Προβλημάτων 3

Τρίτη, 18/10/2011

Άσκηση 3.1 Εξετάστε αν, για οποιαδήποτε μη κενά σύνολα A, B, C, D , ισχύει η ιδιότητα

$$\text{Εάν } A \times B = C \times D, \text{ τότε } A = C \text{ και } B = D.$$

Τι συμβαίνει εάν κάποιο από τα σύνολα είναι το κενό;

Άσκηση 3.2 Αποδείξτε ότι για οποιαδήποτε σύνολα X, Y, Z ισχύει η ταυτότητα:

$$X \times (Y \cap Z) = (X \times Y) \cap (X \times Z).$$

Άσκηση 3.3 Αποδείξτε ότι για οποιαδήποτε σύνολα A, B, C, D ισχύει η ταυτότητα:

$$[(A \cup B) \times (C \cap D)] \setminus (B \times D) = (A \setminus B) \times (C \cap D).$$

Άσκηση 3.4 Θεωρούμε χώρο U και υποσύνολα A και B του U . Τότε $A \times B \subseteq U \times U$, και έχουμε το συμπλήρωμα $(A \times B)^c = (U \times U) \setminus (A \times B)$.

α'. Βρείτε μία ταυτότητα που να σχετίζει το $(A \times B)^c$ με τα A^c και B^c .

β'. Αποδείξτε ότι είναι ταυτότητα.

Άσκηση 3.5 Θεωρούμε τα σύνολα $A = \{1, 2, 3\}$, $B = \{a, b\}$ και $C = A \times B$.

α'. Γράψτε όλα τα στοιχεία του C .

β'. Σχεδιάστε το καρτεσιανό γινόμενο $A \times C$. (Τοποθετήστε τα στοιχεία του A στον οριζόντιο άξονα, και τα στοιχεία του C στον κατακόρυφο).

γ'. Ορίζουμε τη σχέση ρ μεταξύ των συνόλων A και C , με

$$x \rho (u, v) \quad \text{εάνν} \quad x > u.$$

Σημειώστε στο σχέδιο του $A \times C$ το υποσύνολο που ορίζει τη σχέση ρ .

Άσκηση 3.6 Γράψτε αναλυτικά ως σύνολο, χρησιμοποιώντας τον ορισμό του Kuratowski, το διατεταγμένο ζεύγος

$$((x, y), z).$$

Υπόδειξη: Εφαρμόστε πρώτα τον ορισμό του Kuratowski για να 'βγάλετε' τις εξωτερικές παρενθέσεις, και μετά για τις εσωτερικές.