

M1124 ΘΕΜΕΛΙΑ ΤΩΝ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ

Εργαστήριο Προβλημάτων 7

Τρίτη, 15/11/2011

Άσκηση 7.1 Κατασκευάστε πίνακες αληθείας για τις παρακάτω προτάσεις

α'. $(P \Rightarrow \neg P) \Rightarrow (P \Rightarrow P)$

β'. $(P \Rightarrow Q) \wedge (Q \Rightarrow R) \Rightarrow (P \Rightarrow R)$

Άσκηση 7.2 Φτιάξτε έναν (κοινό) πίνακα αληθείας για τις προτάσεις

α'. $(P \Rightarrow Q) \Rightarrow R$, $P \Rightarrow (Q \Rightarrow R)$.

Έχουν αυτές οι προτάσεις πάντα τις ίδιες λογικές τιμές;
Κάνετε το ίδιο και με τις προτάσεις

β'. $P \Rightarrow Q$, $\neg P \vee Q$.

Άσκηση 7.3 Γράψτε τις παρακάτω προτάσεις με λογικά σύμβολα, και εξετάστε εάν είναι αληθείς.

α'. Για κάθε πραγματικό αριθμό x , υπάρχει πραγματικός αριθμός y , τέτοιος ώστε $y^3 = x$.

β'. Το άθροισμα των τετραγώνων δύο πρώτων αριθμών διαφορετικών από το 2 είναι άρτιος αριθμός. (Προσέξτε ότι οι ποσοδείκτες δεν αναφέρονται ρητά. Συμβολίστε P_1 το σύνολο των πρώτων αριθμών, και χρησιμοποιήστε ποσοδείκτη για να εκφράσετε την πρόταση ' $p^2 + q^2$ είναι άρτιος αριθμός'.)

Άσκηση 7.4 Διατυπώστε τις παρακάτω προτάσεις στα ελληνικά.

α'. $\forall x \in \mathbb{R} \exists y \in \mathbb{R} : x^2 - 3xy + 2y^2 = 0$

β'. $\exists y \in \mathbb{R} \forall x \in \mathbb{R} : x^2 - 3xy + 2y^2 = 0$

Ποιά από τις προτάσεις είναι αληθής;

Άσκηση 7.5 Γράψτε την άρνηση κάθε μιας από τις ακόλουθες προτάσεις

α'. $\exists x : (P(x) \Rightarrow Q(x))$

β'. $\forall x \in \mathbb{R} \exists y \in \mathbb{R} : (x \geq y)$

Άσκηση 7.6 Σχηματίστε τους πίνακες αληθείας των παρακάτω προτάσεων, και εξετάστε ποιές από αυτές είναι ταυτολογίες.

$$\alpha'. P \Rightarrow (\neg P)$$

$$\beta'. (P \Rightarrow R) \wedge (Q \Rightarrow R) \Leftrightarrow ((P \wedge Q) \Rightarrow R)$$

$$\gamma'. (P \wedge Q) \Rightarrow (P \vee Q)$$