

M1124 ΘΕΜΕΛΙΑ ΤΩΝ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ

Εργαστήριο Προβλημάτων 8

Τρίτη, 22/11/2011

Άσκηση 8.1 Σχηματίστε τον πίνακα αληθείας της πρότασης

$$(P \Rightarrow Q) \vee (Q \Rightarrow P) \vee (\neg Q)$$

και εξετάστε εάν είναι ταυτολογία.

Άσκηση 8.2 Σχηματίστε τους πίνακες αληθείας των παρακάτω ζευγών προτάσεων, και εξετάστε εάν οι δύο προτάσεις είναι λογικά ισοδύναμες.

α'. $\neg(P \wedge Q)$, $(\neg P) \vee (\neg Q)$

β'. $\neg(P \vee Q)$, $(\neg P) \wedge (\neg Q)$

γ'. $\neg(P \wedge (\neg P))$, $P \vee (\neg P)$

δ'. $P \Rightarrow R$, $(\neg P) \wedge R$

ε'. $P \Rightarrow R$, $(\neg R) \wedge P$

ς'. $(P \Rightarrow Q) \wedge R$, $P \Rightarrow (Q \wedge R)$

ζ'. $(P \wedge (\neg Q)) \Rightarrow (R \wedge (\neg R))$, $P \Rightarrow Q$

Άσκηση 8.3 Γράψτε μία πρόταση λογικά ισοδύναμη με την $P \vee Q$ χρησιμοποιώντας μόνο τους λογικούς συνδέσμους \neg και \wedge . Κάνετε το ίδιο για την πρόταση $P \Rightarrow Q$.

Άσκηση 8.4 Δίδεται η πρόταση

$$\forall a \in G \exists b \in G (ab = 1)$$

α'. Διατυπώστε την πρόταση σε ελληνική μαθηματική γλώσσα.

β'. Γράψτε την άρνηση της πρότασης, χρησιμοποιώντας λογικά σύμβολα.

γ'. Διατυπώστε την άρνηση σε ελληνική μαθηματική γλώσσα.

Άσκηση 8.5 Αποδείξτε με εις άτοπο απαγωγή ότι:

Εάν $x, y \in \mathbb{R}$ και $y \leq x + \varepsilon$ για κάθε $\varepsilon > 0, \varepsilon \in \mathbb{R}$, τότε $y \leq x$.

α'. Γράψτε την απόδειξη σε στρωτά μαθηματικά ελληνικά.

β'. Διατυπώστε την πρόταση σε τυπική γλώσσα, και αποδείξτε ότι η άρνηση της πρότασης συνεπάγεται μία αντίφαση.