

M1124 ΘΕΜΕΛΙΑ ΤΩΝ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ
Τεστ 2, Τρίτη, 6/12/2011. Α

Όνοματεπώνυμο:

A.M:

Άσκηση 2.1 Θεωρούμε τις συναρτήσεις από το \mathbb{R} στο \mathbb{R} , $f(x) = x^2$ και $g(x) = x + 1$. Βρείτε τις συναρτήσεις $s = g^{-1} \circ f \circ g$ και $t = f \circ g^{-1} \circ f$, και σχεδιάστε ένα πρόχειρο σκίτσο του γραφήματος (στο οποίο να προσδιορίζετε τα σημεία τομής με τους άξονες).

Άσκηση 2.2 Βρείτε ποιές από τις ακόλουθες προτάσεις είναι λογικά ισοδύναμες.

$$(P \wedge Q) \Rightarrow R \quad , \quad P \Rightarrow (Q \rightarrow R) \quad , \quad (P \Rightarrow Q) \Rightarrow R.$$

Άσκηση 2.3 Δίδεται η συνάρτηση $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = |x^2 - 4| - 4$.

α'. Βρείτε τα σύνολα $f(\mathbb{R})$, $f([-1, 3])$ και $f^{-1}([-1, 1])$.

β'. Εάν $A = [2, +\infty)$, βρείτε ένα αριστερό αντίστροφο της συνάρτησης $f|_A$. Είναι αυτό μοναδικό;

Άσκηση 2.4 Για ποιά $n \in \mathbb{N}$ ισχύει ότι $(2n - 3)(n - 1) \leq 2^n$; Αποδείξτε τον ισχυρισμό σας με επαγωγή.