

MEM201 ΓΕΝΙΚΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ

Φυλλάδιο Προβλημάτων 1

Τετάρτη, 25/2/2015

Άσκηση 1.1 Να γραφούν τα παρακάτω αναπτύγματα ως προς τις ανιούσες δυνάμεις του x (δηλ. αρχίζοντας από το σταθερό όρο και καταλήγοντας με τον όρο μέγιστου βαθμού)

$$\begin{array}{ll} \alpha') (x+a)^3 & \beta') (x+a)(x+b)(x+c) \\ \gamma') (x+a)^4 & \delta') (x+a)(x+b)(x+c)(x+d) \end{array}$$

Άσκηση 1.2 Να αποδειχθούν, με όσο γίνεται πιο οικονομικό τρόπο, οι ταυτότητες

$$\begin{array}{ll} \alpha') & (a+b)^3(a-b) - (a^4 - b^4) = 2ab(a^2 - b^2) \\ \beta') & (a-b)^3 + (b-c)^3 + (c-a)^3 = 3(a-b)(b-c)(c-a) \end{array}$$

Άσκηση 1.3 Αν $a + b + c = 0$, να αποδείξετε ότι αν οι παρονομαστές είναι μη μηδενικοί, τότε

$$\begin{array}{ll} \alpha') & a(b-c)^2 + b(c-a)^2 + c(a-b)^2 = -9abc \\ \beta') & \frac{1}{a^2 + b^2 - c^2} + \frac{1}{b^2 + c^2 - a^2} + \frac{1}{c^2 + a^2 - b^2} = 0 \end{array}$$

Άσκηση 1.4 Εάν $a + b + c = 2\tau$ να αποδείξετε ότι

$$(\tau - a)^2 + (\tau - b)^2 + (\tau - c)^2 + \tau^2 = a^2 + b^2 + c^2.$$

Άσκηση 1.5 Αν x, y μη μηδενικοί αριθμοί και $x + y = A$, $xy = B$, να βρείτε τις τιμές των ακόλουθων παραστάσεων συναρτήσει των A και B

$$\begin{array}{ll} \alpha') \frac{x}{y} + \frac{y}{x} & \beta') x^4 + y^4 + x^2y^2 \\ \gamma') \frac{x}{y^2} + \frac{y}{x^2} & \delta') x^5 + y^5 \end{array}$$