

MEM201 ΓΕΝΙΚΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ

Φυλλάδιο Προβλημάτων 2

Τετάρτη, 4/3/2015

Άσκηση 2.1 Να παραγοντοποιηθούν οι παραστάσεις

- α) $x^3 + x^2 + 2x + 2$
- β) $121a^2 - 81b^4$
- γ) $1 - a^2 - b^2 - 2ab$
- δ) $a^8 - b^8$
- ε) $a^{18} - b^{18}$

Απάντηση - Υπόδειξη.

γ) Γράψτε ως διαφορά τετραγώνων, $1 - (a + b)^2$, και παραγοντοποιήστε. δ) Παραγοντοποιήστε ξανά και ξανά ως διαφορά τετραγώνων.

Άσκηση 2.2 Να υπολογίσετε τις παρακάτω διαφορές, χωρίς να υπολογίσετε τις δυνάμεις, χρησιμοποιώντας παραγοντοποίηση.

- α) $101^2 - 99^2$
- β) $7135^2 - 7133^2$
- γ) $345^2 - 335^2$
- δ) $732^2 - 632^2$

Άσκηση 2.3 Να παραγοντοποιηθούν οι παραστάσεις

- α) $a^4 + b^4 - 11a^2b^2$
- β) $a^4 + b^4 - 7a^2b^2$
- γ) $a^3b^3 + 1$
- δ) $a^3b^6 + 512$
- ε) $a^3 + b^3 - c^3 + 3abc$
- ς) $a^3 - b^3 - c^3 - 3abc$.

Απάντηση - Υπόδειξη.

α) Γράψτε το $11a^2b^2$ ως $2a^2b^2 + 9a^2b^2$, και παραγοντοποιήστε ως διαφορά τετραγώνων.

Παρόμοια το (β').

ε') Χρησιμοποιήστε την ταυτότητα Euler.

Άσκηση 2.4 Να δείξετε ότι για k, m, n φυσικούς αριθμούς,

α') ο $n - 1$ διαιρεί τον $n^3 - 1$

β') ο $2^n + 1$ διαιρεί τον $4^n - 1$

γ') ο 24 διαιρεί τον $5^{2^n} - 1$

δ') ο $1 - 2m + m^2$ διαιρεί τον $1 - m - m^n + m^{n+1}$

ε') ο $5k + 11m$ διαιρεί τον $(2k + 7m + n)^3 + (3k + 4m - n)^3$.

Απάντηση - Υπόδειξη.

δ') Το $1 - m - m^n + m^{n+1}$ παραγοντοποιείται σε $(1 - m)(1 - m^n)$. Αλλά $1 - m^n = (1 - m)(1 + m + \dots + m^{n-1})$. Άρα $(1 - m)^2$ διαιρεί το $1 - m - m^n + m^{n+1}$.