

MEM201 ΓΕΝΙΚΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ

Φυλλάδιο Προβλημάτων 8

Τετάρτη 6/5/2015

Άσκηση 8.1 Να εκφράσετε ως άθροισμα απλών κλασμάτων τις παραστάσεις

α.

$$\frac{11x + 1}{(x + 1)(x - 4)(2x + 1)}$$

β.

$$\frac{x^2 - x + 1}{(x - 2)(x + 1)}$$

γ.

$$\frac{x^3 + 2x^2 - 7x - 18}{x^2 - 9}$$

δ.

$$\frac{9}{(x + 1)(x - 2)^2}$$

ε.

$$\frac{x - 1}{x^2(x + 1)^2}$$

ϛ.

$$\frac{3x^3 + x + 1}{(x - 2)(x + 1)^3}$$

Άσκηση 8.2 Να υπολογίσετε τα αθροίσματα

α.

$$\frac{1}{1 \cdot 3} + \frac{1}{2 \cdot 4} + \frac{1}{3 \cdot 5} + \cdots + \frac{1}{99 \cdot 101} + \frac{1}{100 \cdot 102}$$

β.

$$\frac{1}{1 \cdot 3} + \frac{1}{2 \cdot 4} + \frac{1}{3 \cdot 5} + \cdots + \frac{1}{(n - 1)(n + 1)} + \frac{1}{n(n + 2)}$$

γ.

$$\frac{1}{1 \cdot 4} + \frac{1}{2 \cdot 5} + \frac{1}{3 \cdot 6} + \cdots + \frac{1}{99 \cdot 102} + \frac{1}{100 \cdot 103}$$

δ'.

$$\frac{1}{1 \cdot 4} + \frac{1}{2 \cdot 5} + \frac{1}{3 \cdot 6} + \cdots + \frac{1}{(n-1)(n+2)} + \frac{1}{n(n+3)}$$

Άσκηση 8.3 Θεωρήστε γνωστά τα αθροίσματα $\sum k$, $\sum k^2$ και $\sum k^3$, που υπολογίζονται στις σημειώσεις, και υπολογίστε τα αθροίσματα

α'.

$$1 \cdot 2^2 + 2 \cdot 3^2 + 3 \cdot 4^2 + \cdots + 100 \cdot 101^2$$

β'.

$$1 \cdot 2^2 + 2 \cdot 3^2 + 3 \cdot 4^2 + \cdots + n \cdot (n+1)^2$$

γ'.

$$1 \cdot 2 \cdot 4 + 2 \cdot 3 \cdot 5 + 3 \cdot 4 \cdot 6 + \cdots + n(n+1)(n+3)$$

Άσκηση 8.4 Χρησιμοποιήστε τα αθροίσματα $\sum k$, $\sum k^2$ και $\sum k^3$ και το ανάπτυγμα του $(k+1)^5$ για να υπολογίσετε το άθροισμα

$$1^4 + 2^4 + 3^4 + \cdots + n^4.$$

Υπολογίστε το άθροισμα

$$1^5 + 2^5 + 3^5 + \cdots + n^5.$$

Άσκηση 8.5 Χρησιμοποιήστε την τηλεσκοπική μέθοδο για να υπολογίσετε το άθροισμα

$$\frac{1}{\sqrt{2} + \sqrt{1}} + \frac{1}{\sqrt{3} + \sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{4} + \sqrt{3}} + \cdots + \frac{1}{\sqrt{n+1} + \sqrt{n}}.$$