

MEM 234 ΓΕΩΜΕΤΡΙΚΗ ΤΟΠΟΛΟΓΙΑ

Φυλλάδιο Προβλημάτων 10

Τριγωνοποιήσεις επιφανειών.

Άσκηση 10.1 Consider a polygon with $2n$ vertices, and identifications of the sides in pairs, according to any symbol. Show that the quotient space is a closed surface.

Θεωρήστε οποιοδήποτε πολύγωνο με $2n$ κορυφές, και ταυτίσεις των πλευρών του ανά δύο, σύμφωνα με οποιοδήποτε σύμβολο. Δείξτε ότι ο χώρος πηλίκο είναι μία κλειστή επιφάνεια.

Άσκηση 10.2 Show that the hexagon with identifications of opposite sides according to the symbol $\alpha\beta\gamma\alpha^{-1}\beta^{-1}\gamma^{-1}$ is homeomorphic to the torus.

Δείξτε ότι το εξάγωνο με ταυτίσεις των απέναντι πλευρών σύμφωνα με το σύμβολο $\alpha\beta\gamma\alpha^{-1}\beta^{-1}\gamma^{-1}$ είναι ομοιομορφικό με τη σπείρα.

Άσκηση 10.3 Consider four vertices, 1, 2, 3 and 4, and the triangles 123 234 341 412. Check that the conditions for a triangulation are satisfied by these triangles. Apply the procedure for the construction of the polygon P_4 . What surface results from the identifications of the polygon you constructed?

Θεωρήστε τέσσερις κορυφές 1, 2, 3 και 4, και τα τρίγωνα 123 234 341 412. Ελέγξτε ότι ικανοποιούνται οι συνθήκες για να είναι τριγωνοποίηση επιφάνειας. Εφαρμόστε τη διαδικασία κατασκευής του πολυγώνου P_4 . Ποιά επιφάνεια προκύπτει από τις ταυτίσεις των πλευρών του πολυγώνου που κατασκευάσατε.

Άσκηση 10.4 Consider the 18 triangles

124	236	134	246	367	347
469	459	698	678	457	259
289	578	358	125	238	135

Construct the icosagon P_{18} , and find its symbol. Transform the symbol to canonical form and find what surface results from the identifications of the polygon.

Δίδονται τα 18 τρίγωνα

124	236	134	246	367	347
469	459	698	678	457	259
289	578	358	125	238	135

Κατασκευάστε το εικοσάγωνο P_{18} , και βρείτε το σύμβολο. Μετατρέψτε το σύμβολο σε κανονική μορφή και βρείτε ποιά επιφάνεια προκύπτει από τις ταυτίσεις των πλευρών του πολυγώνου.

Άσκηση 10.5 Let S_1 and S_2 be surfaces homeomorphic to the canonical form M_g and N_h respectively, for $g, h \geq 1$. What canonical form is homeomorphic to the connected sum $S_1 \# S_2$?

Έστω S_1 και S_2 επιφάνειες ομοιομορφικές με την κανονική μορφή M_g και N_h αντίστοιχα, για $g, h \geq 1$. Ποιά κανονική μορφή είναι ομοιομορφική με την $S_1 \# S_2$;