

MEM 234 ΓΕΩΜΕΤΡΙΚΗ ΤΟΠΟΛΟΓΙΑ

Φυλλάδιο Προβλημάτων 11

Ομοτοπία δρόμων. Θεμελιώδης Ομάδα.

Άσκηση 11.1 Show that path homotopy relative to the ends has the property of transitivity.

Δείξτε ότι η ομοτοπία δρόμων σχετικά προς τα πέρατα έχει τη μεταβατική ιδιότητα.

Άσκηση 11.2 If $H : \sigma \sim \sigma'$ and $G : \tau \sim \tau'$ are path homotopies and $\sigma(1) = \tau(0)$, find a homotopy $F : \sigma \cdot \tau \sim \sigma' \cdot \tau'$.

Εάν $H : \sigma \sim \sigma'$ και $G : \tau \sim \tau'$ είναι ομοτοπίες δρόμων και $\sigma(1) = \tau(0)$, βρείτε ομοτοπία $F : \sigma \cdot \tau \sim \sigma' \cdot \tau'$.

Άσκηση 11.3 If σ is a path in a topological space X find a homotopy $G : \sigma \sim \sigma \cdot \sigma(1)$.

Εάν σ είναι δρόμος στον τοπολογικό χώρο X , βρείτε ομοτοπία $G : \sigma \sim \sigma \cdot \sigma(1)$.

Άσκηση 11.4 If σ is a path in a topological space X find a homotopy $G : \sigma(1) \sim \sigma^{-1} \cdot \sigma$.

Εάν σ είναι δρόμος στον τοπολογικό χώρο X , βρείτε ομοτοπία $G : \sigma(1) \sim \sigma^{-1} \cdot \sigma$.

Άσκηση 11.5 If $\alpha : I \rightarrow X$ is a path from x_0 to x_1 , show that $(\alpha^{-1})_{\#} : \pi(X, x_1) \rightarrow \pi(X, x_0)$ is the inverse homomorphism of $\alpha_{\#}$.

Εάν $\alpha : I \rightarrow X$ είναι δρόμος από το x_0 στο x_1 , δείξτε ότι $(\alpha^{-1})_{\#} : \pi(X, x_1) \rightarrow \pi(X, x_0)$ είναι ο αντίστροφος ομομορφισμός του $\alpha_{\#}$.

Άσκηση 11.6 On the circle S^1 consider the path $\sigma : I \rightarrow S^1$, $\sigma(t) = e^{2\pi i \sin(\pi t)}$. Show that σ is homotopic to the constant path $1 \in S^1$.

Στον κύκλο S^1 θεωρήστε το δρόμο $\sigma : I \rightarrow S^1$, $\sigma(t) = e^{2\pi i \sin(\pi t)}$. Δείξτε ότι σ είναι ομοτοπικός προς τον σταθερό δρόμο $1 \in S^1$.

Άσκηση 11.7 Consider the mapping $f : S^1 \rightarrow S^1$, $f(z) = z^2$ and the path $\sigma : I \rightarrow S^1$, $\sigma(t) = e^{2\pi i t}$. Show that $f_*([\sigma]) = [\sigma]^2$.

Θεωρήστε την απεικόνιση $f : S^1 \rightarrow S^1$, $f(z) = z^2$ και το δρόμο $\sigma : I \rightarrow S^1$, $\sigma(t) = e^{2\pi i t}$. Δείξτε ότι $f_*([\sigma]) = [\sigma]^2$.