ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΚΡΗΤΗΣ
Τμήμα Μαθηματικών και
Εφαρμοσμένων Μαθηματικών

Διδάσκων: Χρήστος Κουρουνιώτης

ΜΕΜ 234 ΓΕΩΜΕΤΡΙΚΗ ΤΟΠΟΛΟΓΙΑ

Φυλλάδιο Προβλημάτων 12

Συστολή παραμόρφωσης. Θεώρημα Seifert – van Kampen.

Άσκηση 12.1 Find a deformation retraction for the following pairs of topological spaces.

1. $\{0\} \subseteq \mathbb{R}^n$,
2. $S^1 \subseteq \mathbb{C} \setminus \{0\}$,
3. $S^n \subseteq \mathbb{R}^{n+1} \setminus \{0\}$,
4. $X \times \{0\} \subseteq X \times \mathbb{R}^n$, for any topological space X.

Βρείτε συστολή παραμόρφωσης για τα ακόλουθα ζεύγη τοπολογικών χώρων.

1. $\{0\} \subseteq \mathbb{R}^n$,
2. $S^1 \subseteq \mathbb{C} \setminus \{0\}$,
3. $S^n \subseteq \mathbb{R}^{n+1} \setminus \{0\}$,
4. $X \times \{0\} \subseteq X \times \mathbb{R}^n$, για κάθε τοπολογικό χώρο X.

Άσκηση 12.2 Consider the sphere of dimension $n \geq 2$, $S^n = \{x \in \mathbb{R}^{n+1} : |x| = 1\}$ and the subsets $U = \{x \in \mathbb{R}^{n+1} : x_{n+1} > -1/2\}$ and $V = \{x \in \mathbb{R}^{n+1} : x_{n+1} < 1/2\}$. Show that they satisfy the hypotheses of the Seifert – van Kampen Theorem and apply it to show that $\pi(S^n, x_0) \cong 1$ for $n \geq 2$.
Why does the same argument not apply in the case $n = 1$?

Θεωρήστε τη σφαίρα διάστασης $n \geq 2$, $S^n = \{x \in \mathbb{R}^{n+1} : |x| = 1\}$ και τα υποσύνολα $U = \{x \in \mathbb{R}^{n+1} : x_{n+1} > -1/2\}$ και $V = \{x \in \mathbb{R}^{n+1} : x_{n+1} < 1/2\}$. Δείξτε οτι ικανοποιούν τις υποθέσεις του θεωρήματος Seifert – van Kampen και εφαρμόστε το για να δείξετε οτι $\pi(S^n, x_0) \cong 1$ όταν $n \geq 2$.
Γιατί δεν ισχύει το ίδιο επιχείρημα στην περίπτωση $n = 1$;