

MEM101 ΑΠΕΙΡΟΣΤΙΚΟΣ ΛΟΓΙΣΜΟΣ Ι  
Τμήμα Β

Φυλλάδιο Προβλημάτων 11

Τρίτη 15/12/2015

**Άσκηση 11.1** Εξετάστε εάν συγκλίνουν οι ακόλουθες σειρές, συγκρίνοντάς τις με κατάλληλο ολοκλήρωμα.

$$\alpha'. \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{1}{\sqrt{n}}, \quad \beta'. \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{1}{n^3}, \quad \gamma'. \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{n}{e^n}.$$

**Άσκηση 11.2** Εξετάστε εάν συγκλίνουν οι ακόλουθες σειρές, συγκρίνοντάς τις με σειρές της μορφής  $\sum \frac{1}{n^p}$  ή  $\sum p^n$ .

$$\alpha'. \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{\cos n}{3^n}, \quad \beta'. \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{n+1}{n^3+3n+1}, \quad \gamma'. \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{1}{n\sqrt{n}}.$$
$$\delta'. \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{\sqrt{n}}{n^2+1}, \quad \epsilon'. \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{\log n}{n\sqrt{n+1}}.$$

**Άσκηση 11.3** Εφαρμόστε το κριτήριο λόγου για να εξετάσετε εάν συγκλίνουν οι σειρές

$$\alpha'. \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{(n+1)(n+2)}{n!}$$
$$\beta'. \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{n!}{e^n}$$
$$\gamma'. \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{n^2 - 15n + 2}{n^4} \text{ (είναι όλοι οι όροι της σειράς μη αρνητικοί;)}$$

**Άσκηση 11.4** Εφαρμόστε το κριτήριο ρίζας για να εξετάσετε εάν συγκλίνουν οι σειρές

$$\alpha'. \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{n^3}{3^n}$$

$$\beta'. \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{1}{(\log n)^n}$$

$$\gamma'. \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{n}{(\sqrt[n]{n} + 1)^n}$$

**Άσκηση 11.5** Βρείτε την ακτίνα σύγκλισης των δυναμοσειρών και εξετάστε τη σύγκλιση στα άκρα του διαστήματος σύγκλισης

$$\alpha'. \sum_{n=0}^{+\infty} 2^n x^n = 1 + \sum_{n=1}^{+\infty} 2^n x^n$$

$$\beta'. \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{2^n x^n}{n^2}$$

$$\gamma'. \sum_{n=1}^{+\infty} n^2 x^n$$

$$\delta'. \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{n^n}{(n+1)^n} x^n$$

**Άσκηση 11.6** Βρείτε τα πολυώνυμα Taylor βαθμού 5 με κέντρο 0 για τις συναρτήσεις

$$\alpha'. f(x) = \frac{1}{1-x}$$

$$\beta'. g(x) = \frac{1}{2x+1}$$

$$\gamma'. h(x) = x^6 + 3x^4 + x - 1$$

**Άσκηση 11.7** Χρησιμοποιήστε το Θεώρημα Taylor για να υπολογίσετε το  $\sqrt{1,02}$  με σφάλμα μικρότερο από  $10^{-2}$ .

**Άσκηση 11.8** Βρείτε τη σειρά Taylor με κέντρο  $a$  της συνάρτησης  $\sin x$ .