

ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ Ι-ΑΣΚΗΣΕΙΣ 6

ΔΙΔΑΣΚΩΝ: Ι.Δ. ΠΛΑΤΗΣ, ΤΜΕΜ

1. ΠΑΡΑΔΟΣΗ ΤΗΝ ΠΕΜΠΤΗ 09/11

(Παραδώστε μόνο τις **3.**, **4.**).

1. Να υπολογιστεί το

$$\iint_D f(x, y) dx dy$$

όταν

α) $f(x, y) = x - 2y$ και D είναι το χωρίο που περικλείεται από τους άξονες και τις ευθείες $x = 1$, $y = -1$.β) $f(x, y) = x^2 y$ και D είναι το χωρίο που περικλείεται από τον x -άξονα και τις ευθείες $x = 1$, $x = 2$, $y = -1$.γ) $f(x, y) = 2xy$ και D είναι το χωρίο που περικλείεται από τον y -άξονα, την $x = 1$ και τις $y = x$, $y = x^2 + 1$.δ) $f(x, y) = xy$ και D είναι το χωρίο που περικλείεται από τις $x = 1 + x^2$, $y = 9 - x^2$.(Υπόδειξη: Οπωσδήποτε σχεδιάστε το D σε όλες τις περιπτώσεις!)2. Να υπολογιστεί το εμβαδόν του χωρίου D ότανα) D είναι το χωρίο που περικλείεται από τις $x = y^2$, $y^2 = 8 - x$, καιβ) D είναι το χωρίο που περικλείεται από τις $y = x^2 + 1$, $y = 9 - x^2$.

(Υπόδειξη: Δείτε την πρώτη υπόδειξη!)

3. Να υπολογιστεί το ολοκλήρωμα της

$$f(x, y) = \cos\left(\frac{\pi x^2}{2}\right)$$

στο τρίγωνο με κορυφές $(0, 0)$, $(1, 0)$, $(0, 1)$.(Υπόδειξη: Δείτε την δεύτερη υπόδειξη και προσέξτε ότι μόνο ένας τρόπος γραφής του D μας οδηγεί στη λύση).

4. Να βρεθεί η συνολική κάθετη δύναμη

$$F_D = \iint_{[0, R] \times [0, 2\pi]} p(r) r dr d\theta$$

που δέχεται ένας επίπεδος δίσκος D ακτίνας R , αν η πίεση $p(r)$ δίνεται από την

$$p(r) = P_0(R - r).$$

Εδώ, P_0 είναι σταθερά.