

M 2611

Π. Στρατούλης  
B. Μανιάς

Άσκηση 3

11/10/19

Έστω  $X_1, X_2, \dots, X_n$  α.μ. Weib.  $(\lambda, \lambda)$ ,  $\lambda \in \Theta = \mathbb{R}_+$

- [10] { (a) Βρείτε την ε.μ.π.  $\hat{\lambda}_n$  της  $\lambda$ , και δείξτε ότι δέν είναι  
 (b) Βρείτε σταθερά  $c$ , ούτως ώστε η  $\mathcal{D}_n := c\hat{\lambda}_n$  αφρόδωτο  
 να είναι αφρόδωτο.

(Υπόδ. Για τον υπολογισμό των μέσων τιμών θα σας βοηθήσει, μάλλον, να δείξετε ότι  $\sum_{i=1}^n X_i^2 \sim \chi^2(n, \lambda)$ .)

- [5] { (γ) Δείξτε ότι η  $\hat{\lambda}_n$  είναι ασυμπτωτικά αφρόδωτο.  
 (δ)  $n \xrightarrow{\quad} \infty$  συνεπώς.

[10] (ε) Εξηγήστε ποσοτικά πόσον οι διασπορές των  $\hat{\lambda}_n, \mathcal{D}_n$  επηρεάζονται με κλίση γραφάτου προβλέπεται χι' αυτές από την ανισότητα C-F-R.

[5] (ς) Υπολογίστε την αδόδοση της  $\mathcal{D}_n$  και την ασυμπτωτική αδόδοση της  $\hat{\lambda}_n$ .

[10] (ζ) Δείξτε ότι:  $\sqrt{n}(\hat{\lambda}_n - \lambda) \xrightarrow{d} N(0, \lambda^2)$ ,  
 και βρείτε την ασυμπτωτική διασπορά  $c^2(\lambda)$ .

(Υπόδ. Χρησιμοποιείστε το θεώρημα Slutsky.)

[5] (η) Βρείτε συνάρτηση  $g(\cdot)$ , τ.μ.  $\lambda$

$$\sqrt{n}(g(\hat{\lambda}_n) - g(\lambda)) \xrightarrow[n \rightarrow \infty]{d} N(0, 1).$$