M2611
Π. Στατιστική
Β. Μηλωνιάς

Άσκηση 7

27/11/12

[10] 1) Έστω $X_1, \dots, X_n$ α.ι. $N(\mu, \sigma^2)$, $\theta = (\mu, \sigma^2) \in \Theta = \mathbb{R} \times \mathbb{R}_+$.

(α) Χρησιμοποιείστε το αποτέλεσμα του Παραδ. 3.38/σ.60 για να βρείτε την μοναδική ΑΕΕΔ του σ (βλ. επίσης 3.48/σ.66).

(β) Βασισμένοι στην $\hat{\sigma}$ που βρήκατε στο μέρος (α) για να κατασκευάστε Δ.Ε., συντελεστού $(1-\alpha)$, για την σ.

(γ) Εφαρμογή: πάρτε $n = 13$, $\Sigma x_i = 13$, $\Sigma x_i^2 = 25$

και
(γ_1) $\alpha = 0.1$, με $\alpha_1 = \alpha_2 = \alpha/2$
(γ_2) $\alpha = 0.05$, με $\alpha_1 = 0$, $\alpha_2 = \alpha$.

[5] 2) Έστω $X_1, \dots, X_n$ α.ι. $N(\mu, \sigma^2)$

και $Y_1, \dots, Y_n$ α.ι. $N(\nu, \sigma^2)$, με τα X_i, Y_i ανεξ.

Βρείτε την κατανομή των $Z_i := X_i - Y_i$, $i = 1, \dots, n$, και βασιζόμενοι σε αυτά, κατασκευάστε Δ.Ε. συντελεστού 95%, για την $\theta := \mu - \nu$. ($(\mu, \nu, \sigma^2) \in \mathbb{R}^2 \times \mathbb{R}_+$ άγνωστα).

[10] 3) Συνέχεια της (2), αλλά τώρα έχετε $\sigma^2 = \sigma_0^2$ (γνωστό).
Ελέγξτε σε επίπεδο σημαντικότητος α, την υπόθεση:

(α) $H: \mu = \nu$ vs $K: \mu = \nu + 1$

(β) $H: \mu = \nu + 1$ vs $K: \mu = \nu$,

με τους πλέον ισχυρούς ελέγχους που γνωρίζετε και υπολογίστε τις συναρτήσεις ισχύος τους.