

M1226

Π.Θανόπουλος II

B. Κλωνιάς

Άσκηση 5

25/10/12

1) Έστω $X \sim \text{Exp.}(\lambda=1)$. Βρείτε την κατανομή της $Y := e^{-X}$.

2) Έστω $X \sim \text{Cauchy}(0,1)$. Βρείτε την κατανομή της $Y := \frac{1}{X}$.

3) Έστω ρ.μ. X , με $EX =: \mu$ και $\text{Var} X =: \sigma^2 < +\infty$.

Δείξτε ότι $P(X \in [\mu - k\sigma, \mu + k\sigma]) \geq 1 - \frac{1}{k^2} \quad \forall k > 0$,
και εξειδικεύστε την ανωτέρω ανισότητα στις περιπτώσεις:

$k = 1, \sqrt{2}, 1.5, 2.5$.

4) Έστω $X \sim \Gamma(\alpha, 1)$. Δείξτε ότι: $1 - F_X\left(\frac{\alpha}{\lambda}\right) = P(X > EX) \leq \frac{1}{\alpha}$

και για τι περιπτώσεις $\alpha = 1, 2$ (βλ. και Ασ. 3.2)

Ελέγξτε πόσο έξω πέφτει το άνω όριο της ανισότητας στην περίπτωση της $P(X > EX)$.

5) Έστω ρ.μ. X με ραδιογεννήτρια $M_X(t)$ και $EX =: \mu$.

Δείξτε ότι: $M_X(t) \geq e^{-\mu t}$,

αφού πρώτα υψώστε την Ασ. 5.42(δ)/σ. 103 των Σημειώσεων.

6) Έστω ρ.μ. X με $EX =: \mu$, $\text{Var} X =: \sigma^2$. Δείξτε ότι:

$E\left\{\log\left|\frac{X-\mu}{\sigma}\right|\right\} \leq 0$,

αφού πρώτα υψώστε την Ασ. 5.42(β)/σ. 103 των Σημ.

7) Α. 5.43/σ. 103 των Σημ.