

111226

Π.Θανόπουλος II

Β.Κ.Α.ωνίδης

Άσκηση 10

6/12/12

1) Σας δίδεται ότι: X, Y ανεξ., και $X \sim \text{Exp.}(2), Y \sim \mathcal{U}(a, b)$.

Υπολογίστε την πιθανότητα: $P(X > Y)$

2) Σας δίδεται ότι η $(X, Y) \sim f_2(x, y) = 2e^{-(x+y)} 1(x < y)$.

Υπολογίστε την πιθανότητα $P(2X < Y)$.

3) Σας δίδεται ότι η $(X, Y) \sim f_2(x, y) = 2e^{-(x+y)} 1(x < y)$,
και $Z \sim \text{Exp.}(1)$ ανεξ. των (X, Y) .

Υπολογίστε την πιθανότητα: $P(X < Z < Y)$.

4) Σας δίδεται ότι η $Z | Y=y \sim \text{Exp.}(y), Y \sim \text{Exp.}(1)$
καθώς και $X \sim \text{Exp.}(1)$ ανεξ. των (Z, Y) .

Υπολογίστε την πιθανότητα $P\left(\frac{Y}{X} \leq Z\right)$.

[10] 5) Έστω X_1, \dots, X_n, \dots α.ι. $\text{Exp.}(1), N \sim \text{Poisson}(\lambda)$
και ανεξ. των X_1, \dots, X_n, \dots .

Θέτουμε $X_{1N} := \min\{X_1, \dots, X_N\}$.

Βρείτε την σ.κ. και πυκνότητα της X_{1N} .

6) Έστω X_1, \dots, X_n, \dots α.ι. $\text{Exp.}(1), N \sim \mathcal{U}(0, p)$,
και ανεξ. των $X_1, X_2, \dots, X_n, \dots$.

Θέτουμε: $Y := \sum_{i=1}^N X_i$.

[10] (α) Υπολογίστε τις $EY, \text{Var} Y, \text{cov}(Y, N)$.

[10] (β) Βρείτε την πυκνότητα της Y .