

M 1226

Π. Δανόπουλος II

B. Κλωνιάς

Άσκηση II

4/10/12

[5] 1) Υπολογίστε την συνάρτηση κατανομής $F(x)$, $x \in \mathbb{R}$ της $\Gamma_{\text{Exp}}(p)$, και κάντε το πρόσημό της για $p = \frac{1}{2}$.

[10] 2) Ορίσουμε τη συνάρτηση Γάμμα ως εξής:

$$\Gamma(\alpha) := \int_0^{\infty} x^{\alpha-1} e^{-x} dx \quad \forall \alpha \in \mathbb{R}_+ = (0, +\infty)$$

α) Δείξτε ότι:

$$\Gamma(\alpha+1) = \alpha \Gamma(\alpha) \quad \forall \alpha > 0$$

και κατόπιν ότι $\Gamma(n) = (n-1)!$ $\forall n \in \mathbb{N}$.

β) Επίσης δείξτε ότι $\Gamma(\frac{1}{2}) = \sqrt{\pi}$,

και υπολογίστε το $\Gamma(\frac{5}{2})$.

[10] 3) Δείξτε ότι $\Gamma(\alpha)\Gamma(\beta) = B(\alpha, \beta)\Gamma(\alpha+\beta)$,

$$\text{όπου } B(\alpha, \beta) := \int_0^1 x^{\alpha-1} (1-x)^{\beta-1} dx \quad \forall \alpha, \beta > 0$$

(το Βήμα ολοκλήρωμα).

Κατόπιν υπολογίστε τα: $B(n, 1)$, $B(1, n)$, $B(n, n)$.

4) Υπολογίστε τη πιθανότητα της $N(\text{Bi}(k, p))$.