

7° Εργαστήριο Διαφορικών Εξισώσεων - Επαναληπτικό

1. Να επιλύσετε την εξίσωση Bernoulli

$$y' + \frac{1}{3}y - e^t y^4 = 0.$$

Ποιό είναι το διάστημα ύπαρξης της λύσης;

2. Είναι η εξίσωση

$$(x + 2) \sin y dx + x \cos y dy = 0$$

ακριβής; Αν δεν είναι να βρεθεί ο ολοκληρώνων παράγοντας που την κάνει ακριβή. Να βρεθεί η συνάρτηση $\psi(x, y)$ που δίνει τη λύση της παραπάνω εξίσωσης σε πεπλεγμένη μορφή μέσω της σχέσης $\psi(x, y(x)) = \text{σταθερά}$. Να βρείτε τη λύση που ικανοποιεί τη συνθήκη $y(1) = \pi/2$. Να κάνετε το σκαρίφημα της λύσης.

3. Να χρησιμοποιήσετε τη μέθοδο υποβιβασμού της τάξης για να βρείτε μία δεύτερη λύση της εξίσωσης

$$xy'' - y' + 4x^3y = 0, \quad x > 0, \quad \text{αν } y_1(x) = \sin x^2.$$

4. Να επιλυθεί με τη μέθοδο των προσδιοριστέων συντελεστών η εξίσωση

$$y'' + 2y' + 5y = 4e^{-t} \cos 2t + 2t^2$$

5. Να επιλυθεί με τη μέθοδο των μεταβαλλόμενων συντελεστών η εξίσωση

$$y'' - 2y' + y = e^t / (1 + t^2).$$