

ΘΕΜΑΤΑ ΑΛΓΕΒΡΑΣ - ΑΛΓΕΒΡΙΚΗ ΓΕΩΜΕΤΡΙΑ
ΑΣΚΗΣΕΙΣ # 4

Πρόβλημα 1. Βρείτε τα ιδιώματα των παρακάτω καμπυλών τού \mathbb{C}^2 και για κάθε ένα από αυτά προσδιορίστε τον βαθμό του και βρείτε τις εφαπτόμενές του.

α) $y^2 = x^3 - x$,

β) $x^2 = x^4 + y^4$,

γ) $x^2y + xy^2 = x^4 + y^4$.

Πρόβλημα 2. Βρείτε τα ιδιώματα τής παρακάτω καμπύλης τού $\mathbb{P}\mathbb{C}^2$ και για κάθε ένα από αυτά προσδιορίστε τον βαθμό του και βρείτε τις εφαπτόμενές του.

$$x_0x_2^2 - x_1(x_1 - x_0)(x_1 - 2x_0) = 0$$

Πρόβλημα 3. Βρείτε τα σημεία τομής των παρακάτω καμπυλών στο $\mathbb{P}\mathbb{C}^2$.

$$x_0x_1^2 - x_0x_1x_2 + x_2^3 = 0 \quad \text{και} \quad x_0^2x_1^2 + x_0^2x_2^2 + x_1x_2^3 = 0$$