

ΘΕΜΑΤΑ ΓΕΩΜΕΤΡΙΑΣ - ΑΛΓΕΒΡΙΚΗ ΓΕΩΜΕΤΡΙΑ
ΑΣΚΗΣΕΙΣ # 3

Πρόβλημα 1. Βρείτε τα ιδιώματα των παρακάτω καμπυλών του \mathbb{C}^2 και για κάθε ένα από αυτά προσδιορίστε την τάξη του και βρείτε τις εφαπτόμενες του.

α) $y^2 = x^3 - x$,

β) $x^2 = x^4 + y^4$,

γ) $x^2y + xy^2 = x^4 + y^4$.

Πρόβλημα 2. Βρείτε τα σημεία τομής των παρακάτω καμπυλών στο \mathbb{C}^2 και τον αντίστοιχο αριθμό τομής.

$$y - 1 - 2y^2x + y^3x^2 = 0 \quad \text{και} \quad 1 + x - y^2x^2 = 0$$

Πρόβλημα 3. Βρείτε τις κοινές λύσεις στο \mathbb{C}^2 των παρακάτω εξισώσεων:

$$x(y^2 - x)^2 - y^5 = 0,$$

$$y^4 + y^3 - x^2 = 0.$$

Πρόβλημα 4. Άσκηση 3.3, σελ. 33 από το βιβλίο του W. Fulton.

Πρόβλημα 5. Άσκηση 3.4, σελ. 33 από το βιβλίο του W. Fulton. (Σημείωση: node = ιδίωμα τάξης 2 με διαφορετικές εφαπτόμενες).

Πρόβλημα 6. Άσκηση 2.34, σελ. 24 από το βιβλίο του W. Fulton. (Σημείωση: form βαθμού r = ομογενές πολυώνυμο βαθμού r).

Πρόβλημα 7. Άσκηση 3.5, σελ. 34 από το βιβλίο του W. Fulton.

Πρόβλημα 8. Άσκηση 3.19, σελ. 40 από το βιβλίο του W. Fulton.

Πρόβλημα 9. Άσκηση 3.21, σελ. 40 από το βιβλίο του W. Fulton.

Πρόβλημα 10. Άσκηση 3.22, σελ. 40 από το βιβλίο του W. Fulton. (Σημείωση: double point = ιδίωμα τάξης 2, component = ανάγωγη συνιστώσα).