

ΘΕΜΑΤΑ ΓΕΩΜΕΤΡΙΑΣ - ΑΛΓΕΒΡΙΚΗ ΓΕΩΜΕΤΡΙΑ
ΑΣΚΗΣΕΙΣ # 4

Πρόβλημα 1. Έστω $f(x, y)$ πολυώνυμο και έστω ότι $f_x = \frac{\partial f}{\partial x}$ όχι μηδενικό πολυώνυμο. Δείξτε ότι αν P σημείο τής καμπύλης $f(x, y) = 0$ τότε $m_P(f_x) \geq m_P(f) - 1$.

Πρόβλημα 2. Έστω $F = 0$ μια ανάγωγη καμπύλη τρίτου βαθμού στο $\mathbb{P}C^2$. Δείξτε ότι μια ευθεία δεν μπορεί να εφάπτεται στην καμπύλη σε δύο σημεία της.

Πρόβλημα 3. Βρείτε τα ιδιώματα τής παρακάτω καμπύλης τού $\mathbb{P}C^2$ και για κάθε ένα από αυτά προσδιορίστε τον βαθμό του και βρείτε τις εφαπτόμενές του.

$$x_0x_2^2 - x_1(x_1 - x_0)(x_1 - 2x_0) = 0 .$$

Πρόβλημα 4. Άσκηση 5.4, σελ. 54 από το βιβλίο τού W. Fulton.

Πρόβλημα 5. Άσκηση 5.5, σελ. 54 από το βιβλίο τού W. Fulton.

Πρόβλημα 6. Άσκηση 5.9, σελ. 54 από το βιβλίο τού W. Fulton.

Πρόβλημα 7. Έστω $F = 0$ μια καμπύλη βαθμού n στο $\mathbb{P}C^2$. Υποθέτουμε ότι η παραπάνω καμπύλη έχει m διαφορετικά ιδιώματα τα οποία βρίσκονται σε μία ευθεία $L = 0$ τού επιπέδου. Δείξτε ότι αν $2m > n$ τότε αναγκαστικά η καμπύλη $F = 0$ περιέχει την ευθεία $L = 0$