

ΘΕΜΑΤΑ ΓΕΩΜΕΤΡΙΑΣ - ΑΛΓΕΒΡΙΚΗ ΓΕΩΜΕΤΡΙΑ
ΑΣΚΗΣΕΙΣ # 5

Πρόβλημα 1. Άσκηση 5.17, σελ. 57 από το βιβλίο του W. Fulton.

Πρόβλημα 2. Άσκηση 5.18, σελ. 57 από το βιβλίο του W. Fulton.

Πρόβλημα 3. Άσκηση 5.19, σελ. 57 από το βιβλίο του W. Fulton.

Πρόβλημα 4. Έστω $k \leq d + 1$ και έστω p_1, \dots, p_k διαφορετικά σημεία του $\mathbb{P}C^2$. Δείξτε ότι

$$V(d; p_1, \dots, p_k) = \frac{d(d+3)}{2} - k.$$

Υπόδειξη: Δουλέψτε όπως στην περίπτωση 1 τής απόδειξης του Θεωρήματος 1, σελ. 56, στο βιβλίο του W. Fulton.

Πρόβλημα 5. Έστω p_1, \dots, p_{d+2} διαφορετικά σημεία του $\mathbb{P}C^2$. Δείξτε ότι

$$V(d; p_1, \dots, p_k) = \frac{d(d+3)}{2} - (d+2),$$

εκτός εάν τα σημεία p_1, \dots, p_{d+2} είναι σημεία μιας ευθείας του $\mathbb{P}C^2$ οπότε ισχύει η ανισότητα $>$.

Πρόβλημα 6. Έστω p_1, \dots, p_{2d+1} διαφορετικά σημεία του $\mathbb{P}C^2$. Δείξτε ότι αν

$$V(d; p_1, \dots, p_{2d+1}) > \frac{d(d+3)}{2} - (2d+1)$$

τότε $d+2$ από τα παραπάνω σημεία είναι σημεία μιας ευθείας του $\mathbb{P}C^2$.