

ΑΠΕΙΡΟΣΤΙΚΟΣ ΛΟΓΙΣΜΟΣ Ι - ΑΣΚΗΣΕΙΣ # 9

Άσκηση 1. Βρείτε σε ποιόν αριθμό συγκλίνουν οι παρακάτω σειρές:

α) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{5}{4^{n-1}}$,

β) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{5}{4^{n+1}}$,

γ) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{4^{n+1}}$,

δ) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^{n+2}}{3^{n+1}}$,

ε) $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{5}{4^{n+1}}$.

Άσκηση 2. Βρείτε ποιές σειρές συγκλίνουν και ποιές αποκλίνουν:

α) $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^n$,

β) $\sum_{n=0}^{\infty} (\sqrt{2})^n$,

γ) $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{2^n - 1}{3^n}$,

δ) $\sum_{n=0}^{\infty} \left(1 - \frac{1}{n}\right)^n$.

Άσκηση 3. Βρείτε την ακολουθία των μερικών αθροισμάτων και κατόπιν αποδείξτε ότι συγκλίνει, για τις παρακάτω σειρές:

α) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(n+1)(n+2)}$,

β) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{4}{(4n-3)(4n+1)}$.

Άσκηση 4. Βρείτε τα πολυώνυμα Taylor βαθμού $n = 5$, κέντρου 0, για τις παρακάτω συναρτήσεις:

α) $f(x) = e^x$,

β) $f(x) = \cos x$,

γ) $f(x) = \frac{1}{2x+1}$,

δ) $f(x) = x^3 + 2x + 1$,

ε) $f(x) = x^6 + 3x^4 + x - 1$.

Άσκηση 5. Χρησιμοποιήστε το θεώρημα του Taylor για να υπολογίσετε το $\sqrt{1,02}$ με σφάλμα μικρότερο του 10^{-2} .

Άσκηση 6. Χρησιμοποιήστε το θεώρημα του Taylor για να υπολογίσετε το $e^{0.1}$ με σφάλμα μικρότερο του 10^{-5} .

Άσκηση 7. Βρείτε την σειρά McLaurin για τις συναρτήσεις $f(x) = e^x$, $f(x) = \frac{1}{1-x}$, $f(x) = \frac{1}{1+x}$.