

ΑΠΕΙΡΟΣΤΙΚΟΣ ΛΟΓΙΣΜΟΣ ΙΙ - ΕΑΡΙΝΟ ΕΞΑΜΗΝΟ 2009-10
ΑΣΚΗΣΕΙΣ ΠΡΟΕΤΟΙΜΑΣΙΑΣ # 10

Άσκηση 1. Υπολογίστε τα ολοκληρώματα:

α) $\int_{x=1}^{x=4} \int_{y=0}^{y=\sqrt{x}} \sin(y/\sqrt{2x}) dy dx$.

β) $\int_{y=0}^{y=\pi/2} \int_{x=0}^{x=\cos y} x \sin y dx dy$.

Άσκηση 2. Βρείτε το εμβαδόν του χωρίου που φράσσεται από την ευθεία $y = x$ και την καμπύλη $y = -x^2 + 2$.

Άσκηση 3. Βρείτε τον όγκο του στερεού που παράγεται από την περιστροφή του χωρίου που βρίσκεται κάτω από το γράφημα της παραβολής $y = -x^2 + 2x + 3$, $-1 \leq x \leq 3$, γύρω από τον x -άξονα.

Άσκηση 4. Υπολογίστε το ολοκλήρωμα της συνάρτησης $f(x, y)$ στο χωρίο S :

α) $f(x, y) = x/y$ και S το χωρίο στο 1^ο τεταρτημόριο (δηλ. στο υποσύνολο $\{(x, y), x \geq 0, y \geq 0\}$ του επιπέδου) που φράσσεται από τις ευθείες $x = y$, $y = 2x$, $x = 1$ και $x = 2$.

β) $f(x, y) = x - \sqrt{y}$ και S το τριγωνικό χωρίο με κορυφές τα σημεία $(0, 0)$, $(1, 0)$ και $(0, 1)$.

γ) $f(x, y) = x^3 y$ και S το χωρίο που φράσσεται από τον y -άξονα και την παραβολή $x = 3 - 4y^2$.

δ) $f(x, y) = (1 + x) \sin y$ και S το τετράπλευρο με κορυφές τα σημεία $(0, 0)$, $(1, 0)$, $(1, 2)$ και $(0, 1)$.

ε) $f(x, y) = x^2 y^2$ και S το χωρίο στο 1^ο τεταρτημόριο που φράσσεται από τις ευθείες $y = x$, $y = 4x$ και τις υπερβολές $xy = 1$, $xy = 2$.

Άσκηση 5. Ολοκληρώστε την συνάρτηση $f(x, y) = x$ με πεδίο ολοκλήρωσης το (φραγμένο) χωρίο που περικλείεται από τις παραβολές $y = x^2/4$ και $x = y^2/4$.

Άσκηση 6. Υπολογίστε τα ολοκληρώματα

α) $\int_{y=0}^{y=1} \int_{x=2y}^{x=2} \cos(x^2) dx dy$.

β) $\int_{x=0}^{x=2} \int_{y=x}^{y=2} y^2 \sin(xy) dy dx$.

γ) $\int_{x=0}^{x=1} \int_{y=0}^{y=x} \frac{y e^{y^2}}{1-y} dy dx$

Άσκηση 7. Αλλάξτε την σειρά ολοκλήρωσης στα παρακάτω ολοκληρώματα:

α) $\int_{x=0}^{x=2} \int_{y=0}^{y=4-2x} f(x, y) dy dx$.

$$\beta) \int_{y=0}^{y=1} \int_{x=y}^{x=\sqrt{y}} f(x, y) dx dy.$$

$$\gamma) \int_{x=0}^{x=2} \int_{y=1}^{y=e^x} f(x, y) dy dx.$$

$$\delta) \int_{y=0}^{y=\sqrt{2}} \int_{x=-\sqrt{4-2y^2}}^{x=\sqrt{4-2y^2}} f(x, y) dx dy.$$

Σημείωση: Οι ασκήσεις 6 και 7 αφορούν την ύλη που θα διδαχθεί στο μάθημα της Τρίτης 4 Μαΐου.