

**ΑΠΕΙΡΟΣΤΙΚΟΣ ΛΟΓΙΣΜΟΣ ΙΙ - ΕΑΡΙΝΟ ΕΞΑΜΗΝΟ 2009-10**  
**ΑΣΚΗΣΕΙΣ ΠΡΟΕΤΟΙΜΑΣΙΑΣ # 3**

**Άσκηση 1.** Για τις παρακάτω συναρτήσεις  $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$  βρείτε τις καύλες στάθμης, βρείτε την τομή του γραφήματός τους με τους τρεις άξονες συντεταγμένων και με τα τρία επίπεδα συντεταγμένων και, τέλος, σχεδιάστε το γράφημά τους.

α)  $f(x, y) = x^2 + y^2 + 2$ .

β)  $f(x, y) = -x^2 - y^2 + 1$ .

γ)  $f(x, y) = (x - 4)^2 + y^2$ .

δ)  $f(x, y) = x^2 + (y - 1)^2$ .

ε)  $f(x, y) = 9x^2 + y^2$ .

**Άσκηση 2.** Δείξτε ότι τα παρακάτω υποσύνολα του επιπέδου είναι ανοικτά:

α)  $A = \{(x, y), x > 0\}$ .

β)  $B = \{(x, y), 0 < y < 2\}$ .

γ)  $C = \{(x, y), x + y > 1\}$ .

δ)  $D = \{(x, y), x^2 + y^2 < 1\}$ .

ε)  $E = \{(x, y), 1 < x^2 + y^2 < 2\}$ .

**Άσκηση 3.** Για τα παρακάτω υποσύνολα του επιπέδου βρείτε το εσωτερικό τους και το σύνορό τους:

α)  $A = \{(x, y), x \geq 0\}$ .

β)  $B = \{(x, y), 0 < x^2 + y^2 \leq 1\}$ .

γ)  $C = \{(x, y), x + y \neq 2\}$ .

**Άσκηση 4.** Βρείτε τα παρακάτω όρια:

α)  $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,1)} x^3(y+1)$ .

β)  $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,2)} x^2/y$ .

γ)  $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{e^y \sin x}{x}$ .

δ)  $\lim_{(x,y) \rightarrow (1,0)} \frac{x \sin y}{x^2+1}$ .

ε)  $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,1)} x^3(y+1)$ .

στ)  $\lim_{(x,y) \rightarrow (1,1)} \frac{x^2-y^2}{x-y}$ .

**Άσκηση 5.** Δείξτε ότι τα παρακάτω όρια δεν υπάρχουν:

α)  $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{x-y}{x+y}$ .

β)  $\lim_{(x,y) \rightarrow (1,1)} \frac{(x-y)^2}{(x-1)^2+(y-1)^2}$ .

γ)  $\lim_{(x,y) \rightarrow (1,1)} \frac{(x-1)^2}{(x-y)^2} - \frac{y-1}{x-y}$ .

*Σημείωση:* Οι ασκήσεις 4 και 5 αφορούν την ύλη που θα διδαχθεί στο μάθημα της Τρίτης 2 Μαρτίου.