

**ΑΠΕΙΡΟΣΤΙΚΟΣ ΛΟΓΙΣΜΟΣ ΙΙ - ΕΑΡΙΝΟ ΕΞΑΜΗΝΟ 2009-10**  
**ΑΣΚΗΣΕΙΣ ΠΡΟΕΤΟΙΜΑΣΙΑΣ # 5**

**Άσκηση 1.** Βρείτε τις μερικές παραγώγους  $\frac{\partial f}{\partial x}, \frac{\partial f}{\partial y}, \frac{\partial^2 f}{\partial x^2}, \frac{\partial^2 f}{\partial y^2}, \frac{\partial^2 f}{\partial xy}$  των παρακάτω συναρτήσεων:

α)  $f(x, y) = (x + 1)(2y - 3)$ .

β)  $f(x, y) = \frac{1}{x-y}$ .

γ)  $f(x, y) = \sqrt{x^2 + y^4}$ .

δ)  $f(x, y) = \frac{xy}{xy+1}$ .

ε)  $f(x, y) = e^x \cos y$ .

**Άσκηση 2.** Έστω ότι  $f(x, y) = e^{xy}$ . Δείξτε ότι  $x \frac{\partial f}{\partial x} - y \frac{\partial f}{\partial y} = 0$ .

**Άσκηση 3.** Βρείτε τις μερικές παραγώγους  $\frac{\partial f}{\partial x}, \frac{\partial f}{\partial y}, \frac{\partial f}{\partial z}$  των παρακάτω συναρτήσεων:

α)  $f(x, y, z) = (xz + 1)(2y - 3)$ .

β)  $f(x, y) = \frac{z}{x+y}$ .

**Άσκηση 4.** Βρείτε τις τιμές των μερικών παραγώγων  $\frac{\partial f}{\partial x}, \frac{\partial f}{\partial y}$  της συνάρτησης  $f(x, y) = (x + y)e^{2x}$  στο σημείο  $(1, 2)$ .

**Άσκηση 5.** Βρείτε την εξίσωση του εφαπτόμενου επιπέδου του γραφήματος των παρακάτω συναρτήσεων στα σημεία που δίδονται:

α)  $f(x, y) = (x + 1)(2y - 3)$  στο σημείο  $(1, 1, -2)$ .

β)  $f(x, y) = \sqrt{x^2 + y^4}$  στο σημείο  $(3, 2, 5)$ .

**Άσκηση 6.** Δείξτε ότι τα γραφήματα των συναρτήσεων  $f(x, y) = x^2 + y^2$  και  $g(x, y) = -x^2 - y^2 + xy^3$  έχουν το ίδιο εφαπτόμενο επίπεδο στο σημείο  $(0, 0, 0)$ .

**Άσκηση 7.** Δείξτε ότι το διάνυσμα  $\langle 6, 3, -1 \rangle$  είναι κάθετο στο εφαπτόμενο επίπεδο του γραφήματος της συνάρτησης  $f(x, y) = x^2 + y^3$  στο σημείο  $(3, 1, 10)$ .

**Άσκηση 8.** Βρείτε το  $\nabla f(P)$  για  $f$  και  $P$  που δίδονται από:

α)  $f(x, y, z) = e^{x+y} \cos z, P = (0, 0, \pi/6)$ .

β)  $f(x, y) = \ln(\sqrt{x^2 + y^2}), P = (3, 4)$ .

γ)  $f(x, y, z) = (x^2 + y^2 + z^2)^{-1/2}, P = (1, 2, -2)$ .

**Άσκηση 9.** Βρείτε τον πίνακα μερικών παραγώγων εκτιμημένο στα δοσμένα σημεία για τις παρακάτω απεικονίσεις :

α)  $f(x, y, z) = (e^{x+y}, x \cos z), P = (0, 0, \pi/6)$ .

β)  $f(x, y) = (x + y, x - y, xy), P = (1, 2)$ .

γ)  $f(x, y, z) = (x + y, x^2z, xyz), P = (-1, 1, 0)$ .

*Σημείωση:* Οι ασκήσεις 8 και 9 αφορούν την ύλη που θα διδαχθεί στο μάθημα τής Τρίτης 16 Μαρτίου.