ΑΠΕΙΡΟΣΤΙΚΟΣ ΛΟΓΙΣΜΟΣ ΙΙ - ΕΑΡΙΝΟ ΕΞΑΜΗΝΟ 2009-10
ΑΣΚΗΣΕΙΣ ΠΡΟΕΤΟΙΜΑΣΙΑΣ #6

***Ασκηση* 1.** Έστω $z(x,y) = x^2 + e^{y^2}$ και $x = \sin 2t$, $y = \cos(t^2)$. Βρείτε το $\frac{dz}{dt}$ ως εξής: α) εφαρμόζοντας τον κανόνα τής αλυσίδας, β) αντικαθιστώντας τα x, y στον τύπο τής $z(x,y)$ και παραγωγίζοντας.

***Ασκηση* 2.** Έστω συνάρτηση $z = z(x,y)$ με $\frac{\partial z}{\partial x}|_{(2,0)} = 1$ και $\frac{\partial z}{\partial y}|_{(2,0)} = 3$. Έστω ότι $x = e^t + e^{-t}$ και $y = e^t - e^{-t}$. Βρείτε το $\frac{dz}{dt}|_{t=0}$.

***Ασκηση* 3.** Βρείτε τις $\frac{\partial w}{\partial u}$, $\frac{\partial w}{\partial v}$ όπου $w = (x^2 + y + 2)^4 + (x + y - 2)^3$ και $x = u + 2v - 1$, $y = 2u - v + 2$.

***Ασκηση* 4.** Βρείτε τις $\frac{\partial w}{\partial x}$, $\frac{\partial w}{\partial y}$ όπου $w = uv + \ln v$ και $u = x + y^2$, $v = e^x \cos y$.

***Ασκηση* 5.** Βρείτε την $\frac{\partial z}{\partial u}|_{(0,1)}$ όπου $z = \sin(xy) + x \sin y$ και $x = u^2 + v^2$, $y = uv$.

***Ασκηση* 6.** Έστω $z = f(t)$ και $t = \frac{x+y}{xy}$. Δείξτε ότι $x^2 \frac{\partial z}{\partial x} = y^2 \frac{\partial z}{\partial y}$.

***Ασκηση* 7.** Έστω $z = f(u,v)$ και $u = x + y$, $v = x - y$. Δείξτε ότι $\frac{\partial z}{\partial x} \frac{\partial z}{\partial y} = (\frac{\partial z}{\partial u})^2 - (\frac{\partial z}{\partial v})^2$.

***Ασκηση* 8.** Βρείτε το $\nabla f(P)$ για f και P που δίδονται από:
α) $f(x,y,z) = e^{x+y} \cos z$, $P = (0,0,\pi/6)$.
β) $f(x,y) = \ln(\sqrt{x^2+y^2})$, $P = (3,4)$.
γ) $f(x,y,z) = (x^2 + y^2 + z^2)^{-1/2}$, $P = (1,2,-2)$.

***Ασκηση* 9.** Βρείτε ως προς ποιά κατεύθυνση η συνάρτηση $f(x,y) = e^x \cos(\pi x)$ έχει μέγιστη αύξηση στο σημείο $P = (0,-1)$.

***Ασκηση* 10.** Βρείτε την κατά κατεύθυνση παράγωγο τής συνάρτησης $f(x,y,z) = xy^2 + y^2 z^3 + z^3 x$ το σημείο $P = (4,-2,-1)$ ως πρός την κατεύθυνση τού διανύσματος $\frac{1}{\sqrt{14}} < 1,3,2 >$.

***Ασκηση* 11.** Βρείτε τα εφαπτόμενα επίπεδα των επιφανειών που ορίζονται από τις παρακάτω εξισώσεις στα δοσμένα σημεία:
α) $x^2 + y^2 - z^2 = 0$ το σημείο $P = (2,-1,-\sqrt{5})$.
β) $\frac{x+y}{xy-1} - z = 0$ το σημείο $P = (1,2,3)$.

Σημείωση: Οι ασκήσεις 9, 10 και 11 αφορούν την ύλη που θα διδαχθεί στο μάθημα τής Τρίτης 23 Μαρτίου.