

**ΑΠΕΙΡΟΣΤΙΚΟΣ ΛΟΓΙΣΜΟΣ ΙΙ - ΕΑΡΙΝΟ ΕΞΑΜΗΝΟ 2009-10**  
**ΑΣΚΗΣΕΙΣ ΠΡΟΕΤΟΙΜΑΣΙΑΣ # 7**

**Άσκηση 1.** Γνωρίζουμε ότι για καλές συναρτήσεις έχουμε  $f_{xy} = f_{yx}$  (δηλ.  $\frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y} = \frac{\partial^2 f}{\partial y \partial x}$ ). Βρείτε ποιά από τα δύο είναι ευκολότερο να υπολογίσουμε για τις παρακάτω συναρτήσεις:

α)  $f(x, y) = x \sin y + e^y$

β)  $f(x, y) = 1/x$

γ)  $f(x, y) = y + \frac{x}{y}$

δ)  $f(x, y) = x \ln(xy)$

**Άσκηση 2.** Βρείτε την  $\frac{\partial^2 z}{\partial x^2}$  όπου  $z = f(u, v)$  και  $u = x^2 - y^2$ ,  $v = 2xy$ .  
Η απάντηση πρέπει να είναι έκφραση των  $u$ ,  $v$ ,  $\frac{\partial f}{\partial u}$ ,  $\frac{\partial f}{\partial v}$ .

**Άσκηση 3.** Έστω ότι  $w = f(u)$ , όπου  $u = xg(y)$ . Δείξτε ότι  $w_{xx} = f''(xg(y)) (g(y))^2$ .

**Άσκηση 4.** Δείξτε ότι η συνάρτηση  $f(x, y) = e^{-2y} \cos 2x$  ικανοποιεί την σχέση  $f_{xx} + f_{yy} = 0$ .

**Άσκηση 5.** Για ποιές τιμές του  $n$  η συνάρτηση  $f(x, y, z) = (x^1 + y^2 + z^2)^n$  ικανοποιεί την σχέση  $f_{xx} + f_{yy} + f_{zz} = 0$ ?

**Άσκηση 6.** Βρείτε τις παραμετρικές εξισώσεις τής εφαπτόμενης τής καμπύλης που ορίζεται ως η τομή των επιφανειών  $xyz = 1$  και  $x^2 + 2y^2 + 3z^2 = 6$  στο σημείο  $P = (1, 1, 1)$ .

**Άσκηση 7.** Βρείτε τα σημεία τής επιφάνειας  $xy + yz + zx - x - z^2 = 0$  όπου το εφαπτόμενο επίπεδο είναι παράλληλο προς το  $xy$ -επίπεδο.

*Σημείωση:* Οι ασκήσεις 6 και 7 αφορούν την ύλη που θα διδαχθεί στο μάθημα τής Τρίτης 13 Απριλίου.