

ΑΠΕΙΡΟΣΤΙΚΟΣ ΛΟΓΙΣΜΟΣ ΙΙ - ΕΑΡΙΝΟ ΕΞΑΜΗΝΟ 2014-15
ΑΣΚΗΣΕΙΣ # 1

Άσκηση 1. Βρείτε τις παραμετρικές εξισώσεις της ευθείας στον χώρο που διέρχεται από τα σημεία $P = (1, 1, 1)$ και $Q = (2, 3, -1)$.

Άσκηση 2. Για ποιές τιμές τού b το διάνυσμα $\vec{v} = \langle 2, b, 0 \rangle$ είναι κάθετο στο διάνυσμα $\vec{w} = \langle -3, 2, 1 \rangle$;

Άσκηση 3. Εστω (ϵ) η ευθεία που δίδεται από παραμετρικές εξισώσεις $x = 1 + t, y = 1 + t, z = 1 + 2t$ και έστω (σ) η ευθεία που δίδεται από παραμετρικές εξισώσεις $x = s, y = s, z = 2 - s$.

α) Δείξτε ότι οι ευθείες (ϵ) και (σ) τέμνονται σε κάποιο σημείο P τού οποίου βρείτε τις συντεταγμένες.

β) Δείξτε ότι οι παραπάνω ευθείες τέμνονται καθέτως.

Άσκηση 4. Εστω (ϵ) η ευθεία στον χώρο που δίδεται από παραμετρικές εξισώσεις $x = -1 + t, y = -2 + t, z = -1 + t$ και έστω P_0 το σημείο του χώρου με συντεταγμένες $P_0 = (3, 1, -2)$.

α) Βρείτε δύο διαφορετικά σημεία Q_1, Q_2 στην ευθεία (ϵ) .

β) Εστω $Q_t = (-1 + t, -2 + t, -1 + t)$ το 'τυχαίο' σημείο της ευθείας (ϵ) . Βρείτε για ποιά τιμή της παραμέτρου t το διάνυσμα $\vec{Q_t P_0}$ είναι κάθετο στην ευθεία (ϵ) . (Υπόδειξη: Χρησιμοποιήστε το διάνυσμα $\vec{Q_1 Q_2}$ που ορίζεται από τα σημεία του ερωτήματος α).

γ) Βρείτε τις παραμετρικές εξισώσεις της ευθείας που περνάει από το σημείο P_0 και είναι κάθετη στην ευθεία (ϵ) .

Άσκηση 5. α) Βρείτε το εσωτερικό γινόμενο των διανυσμάτων $\vec{v} = \langle 2, 1 - 3 \rangle$ και $\vec{u} = \langle -1, 1, 1 \rangle$.

β) Βρείτε την προβολή τού διανύσματος \vec{v} στο διάνυσμα \vec{u} .

Άσκηση 6. Έστω \vec{v} και \vec{w} διανύσματα τού \mathbb{R}^3 . Δείξτε ότι

α) $2\|\vec{v}\|^2 + 2\|\vec{w}\|^2 = \|\vec{v} + \vec{w}\|^2 + \|\vec{v} - \vec{w}\|^2$.

β) $\|\vec{v} - \vec{w}\| \cdot \|\vec{v} + \vec{w}\| \leq \|\vec{v}\|^2 + \|\vec{w}\|^2$.

γ) $4\langle \vec{v}, \vec{w} \rangle = \|\vec{v} + \vec{w}\|^2 - \|\vec{v} - \vec{w}\|^2$.

Άσκηση 7. Θεωρούμε τα σημεία P, Q, R τού χώρου με συντεταγμένες $P = (-1, 1, 0), Q = (1, 0, 1), R = (0, 1, 0)$.

α) Βρείτε τις συντεταγμένες των διανυσμάτων \vec{PR} και \vec{QR} .

β) Βρείτε ένα (μή μηδενικό) διάνυσμα $\vec{v} = \langle a, b, c \rangle$ το οποίο να είναι κάθετο στα διανύσματα \vec{PR} και \vec{QR} .