

ΑΠΕΙΡΟΣΤΙΚΟΣ ΛΟΓΙΣΜΟΣ ΙΙ - ΕΑΡΙΝΟ ΕΞΑΜΗΝΟ 2014-15
ΑΣΚΗΣΕΙΣ # 10

Άσκηση 1. Βρείτε τα σημεία τής καμπύλης $x^2 + xy + y^2 = 1$ που είναι πιο κοντά στην αρχή των αξόνων.

Άσκηση 2. Βρείτε την απόσταση τού σημείου $(1, 1, 1)$ από το επίπεδο $x + 2y + 3z = 13$.

Άσκηση 3. Έστω $a, b, c, d \in \mathbb{R}$ με a, b, c όχι όλα μηδέν. Έστω (Π) το επίπεδο που ορίζεται από την εξίσωση $ax + by + cz = d$. Με χρήση των πολλαπλασιαστών Lagrange βρείτε την απόσταση τής αρχής των αξόνων από το επίπεδο Π . Σε ποίο σημείο τού επιπέδου (Π) υλοποιείται αυτή η απόσταση;

Άσκηση 4. Βρείτε τις διαστάσεις ενός κουτιού, σχήματος κύβου χωρίς οροφή, τού οποίου η επιφάνεια είναι 16τμ ώστε να έχει τον μέγιστο όγκο.

Άσκηση 5. Βρείτε τρεις πραγματικούς αριθμούς με άθροισμα 9, των οποίων το άθροισμα των τετραγώνων τους να είναι το μέγιστο δυνατό.

Άσκηση 6. Βρείτε τις ακρότατες τιμές τής συνάρτησης $f(x, y, z) = x^2yz + 1$ πάνω στην καμπύλη που ορίζεται ως η τομή τού επιπέδου $z = 1$ με την επιφάνεια τής σφαίρας $x^2 + y^2 + z^2 = 2$.

Άσκηση 7. Βρείτε τις ακρότατες τιμές τής συνάρτησης $f(x, y, z) = x + y + z$ πάνω στην καμπύλη που ορίζεται ως η τομή τού επιπέδου $x + z = 1$ με τον κύλινδρο $x^2 + y^2 = 2$.

Άσκηση 8. Βρείτε τις ακρότατες τιμές τής συνάρτησης $f(x, y, z) = 3x + 2y + z$ υπό τις συνθήκες $x^2 + y^2 = 1$ και $y + z = 1$ (δηλ. πάνω στην καμπύλη που ορίζεται από τις παραπάνω εξισώσεις).

Άσκηση 9. Βρείτε τρεις πραγματικούς αριθμούς των οποίων το άθροισμα είναι 9 και το άθροισμα των τετραγώνων τους είναι το ελάχιστο δυνατό. Μπορείτε να βρείτε τρεις πραγματικούς αριθμούς των οποίων το άθροισμα είναι 9 και το άθροισμα των τετραγώνων τους είναι το μέγιστο δυνατό;

Άσκηση 10. Έστω C η καμπύλη όπου το επίπεδο $x + y + z = 4$ τέμνει το παραβολοειδές $z = x^2 + y^2$. Χρησιμοποιώντας τούς πολλαπλασιαστές Lagrange, βρείτε το σημείο (ή τα σημεία) τής C που βρίσκεται εγγύτερα στην αρχή των αξόνων $(0, 0, 0)$. Ομοίως, βρείτε το σημείο (ή τα σημεία) τής C που βρίσκεται μακρύτερα από την αρχή των αξόνων $(0, 0, 0)$.