

ΑΠΕΙΡΟΣΤΙΚΟΣ ΛΟΓΙΣΜΟΣ ΙΙ - ΕΑΡΙΝΟ ΕΞΑΜΗΝΟ 2016-17
ΑΣΚΗΣΕΙΣ # 10

Άσκηση 1. Βρείτε τα απόλυτα (ολικά) μέγιστα και ελάχιστα της συνάρτησης $f(x, y) = 2x^2 - 4x + y^2 - 4y + 1$ στο κλειστό τριγωνικό χωρίο που έχει ως σύνορο τις ευθείες $x = 0$, $y = 2$, $y = 2x$.

Άσκηση 2. Βρείτε τα απόλυτα (ολικά) μέγιστα και ελάχιστα της συνάρτησης $f(x, y) = x^2 + xy + y^2 - 6x + 2$ στο κλειστό τετραγωνικό χωρίο που έχει ως σύνορο τις ευθείες $x = 0$, $x = 5$, $y = -3$, $y = 0$.

Άσκηση 3. Βρείτε τα απόλυτα (ολικά) μέγιστα και ελάχιστα της συνάρτησης $f(x, y) = (x^2 + y^2)^4$ στον κλειστό δίσκο με κέντρο $(0, 0)$ και ακτίνα 1.

Άσκηση 4. Έστω D το κλειστό φραγμένο χωρίο του επιπέδου που έχει ως κάτω σύνορο τον x -άξονα και ως επάνω σύνορο το πάνω ημικύκλιο του μοναδιαίου κύκλου $x^2 + y^2 = 1$. Βρείτε τα σημεία του D όπου η συνάρτηση $f(x, y) = x^2 + y^2 - y + 5$ έχει απόλυτο (ολικό) μέγιστο ή ελάχιστο.

Άσκηση 5. Εστω D το κλειστό φραγμένο χωρίο του επιπέδου που περικλείεται από το τρίγωνο με κορυφές τα σημεία $(0, 0)$, $(2, 4)$ και $(4, 0)$. Βρείτε τα σημεία του χωρίου D όπου η συνάρτηση $f(x, y) = x^2 + y^2 - y$ έχει απόλυτο (ολικό) μέγιστο ή ελάχιστο.

Άσκηση 6. Βρείτε τα τοπικά ακρότατα της συνάρτησης $f(x, y) = x^2 + y^2 + \frac{1}{x^2 y^2}$.

Άσκηση 7. α) Βρείτε την απόσταση του σημείου $(1, 1, 1)$ από το επίπεδο $x + 2y + 3z = 13$.

β) Έστω $a, b, c, d \in \mathbb{R}$ με a, b, c όχι όλα μηδέν και έστω (Π) τό επίπεδο που ορίζεται από την εξίσωση $ax + by + cz = d$. Βρείτε την απόσταση της αρχής των αξόνων από τό επίπεδο Π . Σε ποίο σημείο του επιπέδου (Π) υλοποιείται αυτή η απόσταση;

Άσκηση 8. Βρείτε την απόσταση του σημείου $(3, 0, 0)$ από την επιφάνεια $z = x^2 + y^2$. Σε ποίο σημείο της επιφάνειας υλοποιείται αυτή η απόσταση;