

ΑΠΕΙΡΟΣΤΙΚΟΣ ΛΟΓΙΣΜΟΣ ΙΙ - ΕΑΡΙΝΟ ΕΞΑΜΗΝΟ 2016-17
ΑΣΚΗΣΕΙΣ # 11

Άσκηση 1. Βρείτε τήν μέγιστη και την ελάχιστη τιμή τών παρακάτω συναρτήσεων υπό τις αντίστοιχες συνθήκες:

α) $f(x, y) = x^{1/4}y^{1/4}$ όταν $\frac{x}{2} + \frac{y}{2} = 4$ και $x \geq 0, y \geq 0$.

β) $f(x, y) = \cos(x^2 - y^2)$ όταν $x^2 + y^2 = 1$.

γ) $f(x, y) = x - y$ όταν $2x^2 + 3y^2 = 1$.

δ) $f(x, y, z) = xyz$ όταν $x^2 + y^2 + z^2 \leq 1$.

Άσκηση 2. Βρείτε τις ακρότατες τιμές τής συνάρτησης $f(x, y, z) = x^2yz + 1$ πάνω στην καμπύλη που ορίζεται ως η τομή τού επιπέδου $z = 1$ με τήν επιφάνεια τής σφαίρας $x^2 + y^2 + z^2 = 2$.

Άσκηση 3. Βρείτε τις ακρότατες τιμές τής συνάρτησης $f(x, y, z) = x + y + z$ πάνω στην καμπύλη που ορίζεται ως η τομή τού επιπέδου $x + z = 1$ με τόν κύλινδρο $x^2 + y^2 = 2$.

Άσκηση 4. Βρείτε τις ακρότατες τιμές τής συνάρτησης $f(x, y, z) = 3x + 2y + z$ υπό τις συνθήκες $x^2 + y^2 = 1$ και $y + z = 1$ (δηλ. πάνω στην καμπύλη που ορίζεται από τις παραπάνω εξισώσεις).

Άσκηση 5. Βρείτε τήν ελάχιστη τιμή τής συνάρτησης $f(x, y) = x - y$ όταν $x^2 - y^2 = 1$.

Άσκηση 6. Εστω C η καμπύλη όπου τό επίπεδο $x + y + z = 4$ τέμνει το παραβολοειδές $z = x^2 + y^2$. Χρησιμοποιώντας τούς πολλαπλασιαστές Lagrange, βρείτε τό σημείο (ή τα σημεία) τής C που βρίσκεται εγγύτερα στην αρχή των αξόνων $(0, 0, 0)$. Ομοίως, βρείτε το σημείο (ή τα σημεία) τής C που βρίσκεται μακρύτερα από την αρχή των αξόνων $(0, 0, 0)$.

Άσκηση 7. Βρείτε τις διαστάσεις τού κυλίνδρου μέγιστου όγκου που είναι εγγεγραμμένος στην μοναδιαία σφαίρα.

Άσκηση 8. Δείξτε ότι τό ορθογώνιο παραλληλεπίπεδο με δεδομένο όγκο V_0 και ελάχιστο εμαδόν επιφανείας είναι ο κύβος.